

УДК 374
ББК 4420.058

DOI 10.26170/ro20-03-13
ГРНТИ 14.01.11; 14.15.01

Код ВАК 13.00.02

Бормотова Анна Георгиевна,

учитель математики высшей категории, муниципальное автономное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа с углубленным изучением отдельных предметов № 50; 620050, Россия, г. Екатеринбург, ул. Минометчиков, 48; e-mail: bormotova68@e1.ru

Мамалыга Раиса Федоровна,

кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики и методики математики, Уральский государственный педагогический университет; 620075, Россия, г. Екатеринбург, ул. К. Либкнехта, 9; e-mail: gcg45@mail.ru

ПРОПЕДЕВТИКА ПОНЯТИЙ СТЕРЕОМЕТРИИ У ОБУЧАЮЩИХСЯ 5–6-Х КЛАССОВ С ПОМОЩЬЮ ПРИЕМОВ ОРИГАМИ

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: стереометрия; многогранники; пропедевтика; этапы формирования геометрических понятий; пространственное мышление; приемы оригами.

АННОТАЦИЯ. Статья посвящена пропедевтике основных понятий стереометрии у обучающихся 5–6-х классов с помощью приемов оригами в условиях внеурочной деятельности. В работе приводится построенная авторами дидактическая модель формирования стереометрических понятий, этапы которого созданы в соответствии с «Дидактической моделью процесса формирования геометрических понятий» (этап введения, этап выделения полного содержания и объема понятия, этап включения понятия в систему теоретических знаний). Обосновано, что в рамках пропедевтического курса геометрии в 5–6-х классах происходит формирование понятий на первом и частично на втором этапе. Авторами выделены основные приемы оригами и проведена их интерпретация с точки зрения геометрии, разработана серия из разноуровневых заданий (комплексов приемов оригами). Выявлена взаимосвязь комплексов приемов оригами с этапами формирования стереометрических понятий и с типами пространственного мышления. Авторы на конкретном примере формирования понятия «пирамида» показывают работу компонентов «Модели пропедевтики понятий стереометрии с помощью приемов оригами». Представлены примеры задач (комплексов приемов оригами) с моделями пирамид, схемы сборки в технике оригами различных пирамид. В статье описаны результаты апробации и отдельных этапов педагогического эксперимента по пропедевтике геометрии в целом и стереометрии в частности с помощью приемов оригами, которые проводились в течение двух лет на базе МАОУ СОШ № 50 г. Екатеринбурга в 5-х классах и соответственно в 6-х классах в следующем учебном году.

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Бормотова, А. Г. Пропедевтика понятий стереометрии у обучающихся 5–6-х классов с помощью приемов оригами / А. Г. Бормотова, Р. Ф. Мамалыга. – Текст : непосредственный // Педагогическое образование в России. – 2020. – № 3. – С. 115-122. – DOI: 10.26170/ro20-03-13.

Bormotova Anna Georgievna,

Teacher of Mathematics Highest Category, Municipal Autonomous Educational Institution High Comprehensive School with Profound Studying of Separate Subjects No. 50, Ekaterinburg, Russia

Mamalyga Raisa Fedorovna,

Candidate of Pedagogy, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics and Methods of Mathematics, Ural State Pedagogical University, Ekaterinburg, Russia

PROPEDEUTICS OF THE CONCEPTS OF SOLID GEOMETRY AMONG STUDENTS GRADES 5–6 USING THE TECHNIQUES OF ORIGAMI

KEYWORDS: stereometry; polyhedral; propaedeutics; stages of formation of geometric concepts; spatial thinking; origami techniques; didactic model.

ABSTRACT. The article is devoted to preliminary basic concepts of solid geometry among students in grades 5–6 using the techniques of origami in terms of extracurricular activities. Based on the research, a didactic model of propaedeutics is constructed, which includes the process of forming stereometric concepts, the stages of which are taken in accordance with the “Didactic model of the process of forming geometric concepts” (the introduction stage, the stage of highlighting the full content and scope of the concept, the stage of including the concept in the system of theoretical knowledge). It is proved that within the propaedeutic course of geometry in grades 5–6, concepts are formed at the first and partially at the second stage. The authors have identified the main origami techniques and interpreted them from the point of view of geometry, developed a series of multi-level tasks (complexes of origami techniques). The relationship of origami techniques complexes with the stages of formation of stereometric concepts and types of spatial thinking is revealed. The authors use a specific example of the formation of the concept of “pyramid” to show the work of the components of the “model of propaedeutics of stereometry concepts using origami techniques”. Examples of problems (complexes of origami techniques) with pyramid models, Assembly schemes in the origami technique of various pyramids are presented. The article describes the results of approbation and individual stages of the pedagogical experiment on propaedeutics of geometry in General and stereometry in particular using origami techniques, which were studied for two years on the basis of school No. 50 Ekaterinburg in 5th grades and, respectively, in 6th grades next academic year.

FOR CITATION: Bormotova, A. G., Mamalyga, R. F. (2020). Propedeutics of the Concepts of Solid Geometry among Students Grades 5–6 Using the Techniques of Origami. In *Pedagogical Education in Russia*. No. 3, pp. 115-122. DOI: 10.26170/po20-03-13.

Школьная стереометрия – это раздел геометрии, изучающий форму, размеры и свойства различных пространственных фигур и их взаимное расположение. Психологи утверждают, что к моменту поступления в школу учащиеся готовы к овладению геометрическим пространством. Более того, они считают, что дошкольный и младший школьный возраст являются тем сензитивным периодом, где создаются все необходимые предпосылки для развития способностей к пространственной ориентировке [4; 12]. Однако отечественный систематический курс геометрии начинается с изучения плоскостных фигур, на стереометрию отводятся только последние два года школьного обучения [1; 7; 8]. К этому времени у обучающихся появляется некоторая «зашоренность» в отношении понимания, представления, изображения пространственных фигур. Но особенно трудна при изучении геометрии в 10–11-х классах обратная задача, которая заключается в чтении чертежа, выделении составляющих элементов стереометрических объектов и их трансформации.

Педагогические средства, позволяющие получить физическую модель формируемого геометрического понятия, немногочисленны. Изучение геометрии с помощью «преобразования листа бумаги» может помочь в преодолении этой трудности. Более того, применение приемов оригами создает необходимые условия для формирования понятия и на последующих этапах.

Работ, посвященных оригами, достаточно много и они представлены произведениями двух видов. В первых приводятся схемы и алгоритмы изготовления красивых поделок, вторые носят популяризаторский и декларативный характер: развивают мелкую моторику, творческие начала [6; 7].

В диссертационных исследованиях есть близкие по тематике работы: исследования, связанные с применением оригами в качестве средства пропедевтики понятий пла-

ниметрии [10] и использованием оригами для творческого развития учащихся при обучении геометрии [11].

В диссертации Н. И. Хохловой [10] были освещены психологические аспекты данной проблемы при обучении планиметрии, но методические вопросы не рассматривались. В диссертационной работе Г. Г. Шеремет [11] раскрыты возможности оригами в изучении геометрии и влияние оригами на творческое развитие учащихся в системе дополнительного образования. Таким образом, разработанной методики пропедевтики понятий геометрии (особенно стереометрии) в диссертационных исследованиях не было представлено. Глубокого анализа методической составляющей использования оригами в формировании именно стереометрических понятий нет и в работах зарубежных ученых и методистов [15; 16].

В нашей статье мы публикуем результаты пропедевтики понятий стереометрии у обучающихся 5–6-х классов. В работе были использованы различные средства обучения, при этом акцент делался на применении оригами, в том числе во внеурочной деятельности. Результаты исследования мы оформили в виде дидактической модели, методических рекомендаций, статей [6; 7].

Разработанная нами «Модель формирования понятий стереометрии с помощью приемов оригами» включает в себя этапы, которые созданы в соответствии с «Дидактической моделью процесса формирования геометрических понятий», предложенной в [5], и структурой пространственного мышления, выделенной в работах И. С. Якиманской [11; 12]. Здесь предполагаются три этапа: этап введения, этап выделения полного содержания и объема понятия, этап включения понятия в систему теоретических знаний. В рамках пропедевтического курса геометрии в 5–6-х классах происходит формирование понятий на первом и частично на втором этапе (рис. 1).

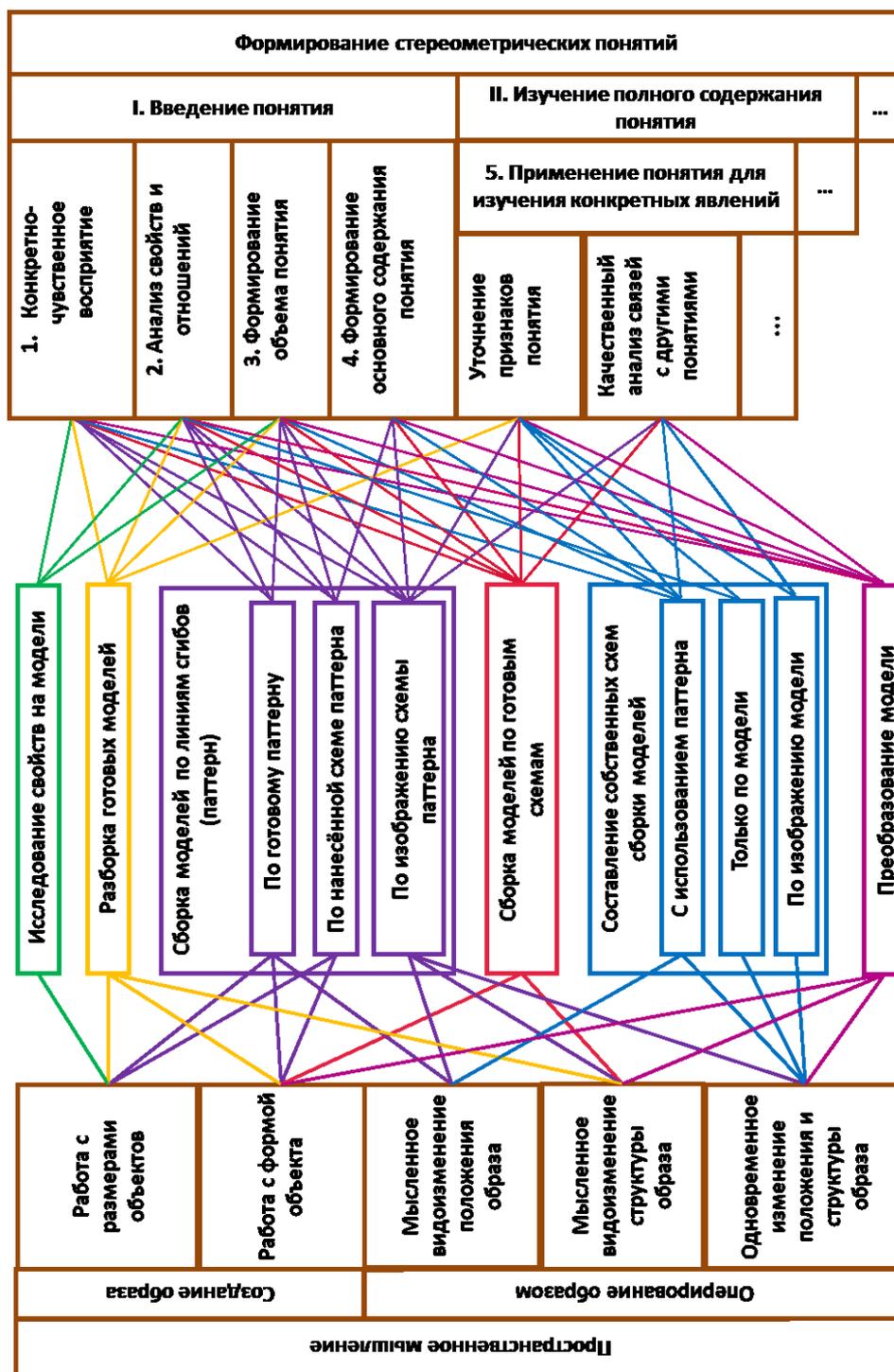


Рис. 1. Модель формирования понятий стереометрии с помощью приемов оригами

Умение построения образа и оперирования им (составляющие пространственного мышления) является одним из важнейших компонентов «Модели формирования понятий стереометрии с помощью приемов оригами».

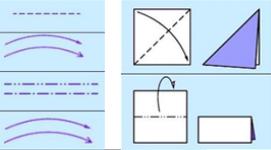
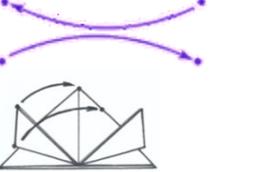
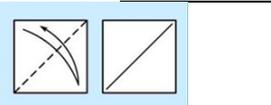
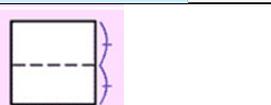
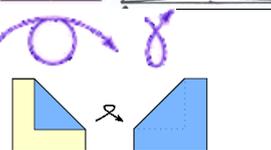
Анализ литературы по технике оригами и педагогическая практика позволили определить дидактические возможности оригами как средства пропедевтики понятий геометрии. Причем не само оригами

как вид искусства является средством обучения, а его приемы, позволяющие выполнять запланированные манипуляции с листом бумаги или с бумажной заготовкой. В таблице 1 представлены выделенные нами основные приемы оригами и их интерпретация с точки зрения геометрии.

Приемы оригами (табл. 1) работают на конкретно-чувственное восприятие, что необходимо на первом этапе формирования стереометрических понятий – введение понятия.

Таблица 1

Приемы оригами и их геометрическая интерпретация

| № | Прием оригами | Условное обозначение | Геометрическая интерпретация |
|----|------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | Выполнить сгиб долиной / горой, проходящий через две точки |  | Провести прямую, проходящую через две заданные точки |
| 2. | Выполнить сгиб долиной / горой, совмещающий две точки |  | Провести ось симметрии, отображающую одну данную точку в другую |
| 3. | Выполнить сгиб долиной / горой, делящий фигуру пополам |  | Провести ось симметрии фигуры |
| 4. | Выполнить сгиб, проходящий под прямым углом |  | Провести перпендикуляр к прямой через данную точку |
| 5. | Свернуть заготовку пополам по диагонали |  | Провести диагональ |
| 6. | Свернуть заготовку пополам |  | Провести среднюю линию |
| 7. | Выполнить сгиб, делящий угол пополам |  | Провести биссектрису угла |
| 8. | Перевернуть заготовку |  | Выполнить переориентирование плоскости: зеркальное отображение плоскости (поворот плоскости на 180°) относительно любой прямой, лежащей в плоскости |

Для дальнейшей реализации процесса формирования геометрических понятий средствами оригами на основании таблицы 1 нами разработана серия из шести разноуровневых заданий (комплексов приемов оригами):

- исследование на оригамной модели свойств геометрической фигуры;
- разборка готовых моделей оригами;
- сборка моделей оригами по линиям сгибов (паттерн) (по готовому паттерну, по нанесенной схеме, по изображению схемы паттерна);
- сборка моделей оригами по готовым схемам;
- составление собственных схем сборки моделей (с использованием паттерна, по модели, по изображению модели);
- моделирование оригамной модели.

Данные комплексы приемов оригами составляют центральную часть «Модели формирования понятий стереометрии с по-

мощью приемов оригами», информативная часть которой представлена на рисунке 1.

Рассмотрим на конкретном примере процесс формирования понятия «пирамида» при пропедевтике геометрии. В 5–6 классах реализуем 1-й этап и частично 2-й этап этого процесса. У наших обучаемых есть некоторый опыт «бумагоскладывания», то есть оригами. К примеру, сборку 3-угольной пирамиды осуществляем по схеме, представленной на рисунке 2, а 4-угольной по схеме, представленной в [6]. При этом проговариваются не только названия приемов оригами (обучаемые их знают), но и их геометрическая интерпретация (табл. 1). Обучаемые ведут записи – терминологические словари. Свои знания в области оригами они конвертируют в зрительные образы и геометрические термины. Затем обсуждаются элементы пирамид (ребра, грани, основание). Рассуждения о видах граней и основаниях сопровождаются

показом на изготовленных моделях. Для обучаемых со 2-м и 3-м типом пространственного мышления предлагается задание: а) на разобранных моделях или б) на паттерне указать грани, основания. В дальнейшем рассматриваются 5-угольные пирамиды по этому же алгоритму. Завершаем занятия непростым заданием вида: «Что надо изменить в схеме сборки усеченной пирами-

ды, чтобы высота ее стала больше» [6]. При выполнении подобных заданий от обучаемых требуется умение изменять размеры, форму геометрического тела, то есть трансформировать свой зрительный образ. Эти ментальные операции соответствуют второму типу оперирования образом пространственного мышления и участвуют в формировании понятия уже на втором этапе.

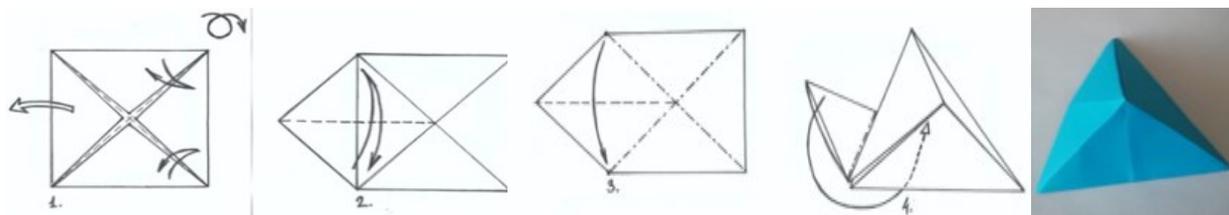


Рис. 2. Схема изготовления 3-угольной пирамиды

Таблица 2

Связь приемов оригами с элементами этапов формирования понятия «пирамида»

| Применение оригами | Связь | Реализация элементов первого и второго этапов процесса формирования понятия «пирамида» |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Задания: | | |
| сборка моделей пирамид по готовым схемам (рис. 2) [6] | | 1.1. Конкретно-чувственное восприятие. Примеры пирамид в окружающем мире (иллюстрации и реальные). |
| исследование свойств различных видов пирамид, различных сечений пирамид, на оригамных моделях (рис. 2) [6] | | 1.2. Анализ свойств пирамиды и отношений элементов пирамиды, приводящих к выделению признаков понятия. Основание – многоугольник (треугольник, четырехугольник и т. д.), боковые грани – треугольники. |
| разборка готовых моделей пирамид | | 1.3. Выделение класса «пирамида» по ее существенным признакам (формирование объема понятия). Работа с развертками пирамид. |
| сборка моделей пирамид по линиям сгибов (рис. 3) | | 1.4. Синтезирование признаков (формирование основного содержания понятия в форме определения, или «ядра»). |
| исследование свойств усеченной пирамиды на оригамных моделях (описание см. [6]) | | 2.1 а) применение понятия для изучения конкретных явлений при решении задач, выполнении практических работ: уточнение признаков понятия и соответствия между основным содержанием понятия и его объемом путем изучения взаимосвязи родовых и видовых понятий; |
| моделирование модели пирамиды, усеченной пирамиды (описание см. [6]) | | 2.1 б) применение понятия для изучения конкретных явлений при решении задач, выполнении практических работ: качественный анализ связей диалектического характера, которые имеются у данного понятия с другими понятиями |
| | | ... |

В классах с углубленным изучением математики можно проводить занятия по теме

«Пирамида» более расширенно (наш опыт кратко отражен в таблице 2).

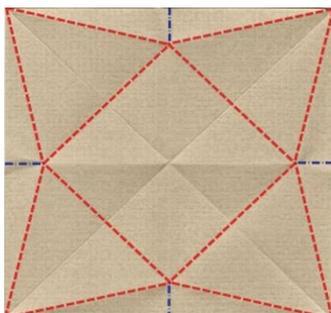


Рис. 3. Паттерн пирамиды

Оставшиеся элементы второго этапа формирования понятия «пирамида» и третий этап – этап включения понятия в систему теоретических знаний, реализуются в систематическом курсе стереометрии (10–11 классы).

На базе МАОУ СОШ № 50 г. Екатеринбурга проводились апробация и отдельные этапы педагогического эксперимента по преподаванию геометрии в целом и стереометрии в частности с помощью приемов оригами. Участвовали четыре 5-х класса (2017–2018 учебный год) и четыре 6-х класса (2018–2019 учебный год). Задействованы были учебные дисциплины: математика (федеральный компонент) и наглядная геометрия (школьный компонент). Классы с литерами «а» и «б» посещали элективный

курс наглядной геометрии, на котором формирование стереометрических понятий осуществлялось по апробируемой методике. У двух других классов был традиционный курс «Наглядная геометрия».

В начале 5-го класса было организовано тестирование с целью выявления уровня пространственного мышления. Использовался тест пространственного мышления (И. С. Якиманская, В. Г. Зархин, Н. Х. Кадаяс [14]). По каждому субтесту (работа с размерами, формой, мысленным изменением положения, структурой образа и одновременным изменением положения и структуры) был выявлен значительный прирост. На диаграмме (рис. 4) показан средний прирост за период обучения в классах с использованием приемов оригами и без оригами.



Рис. 4. Средний прирост уровней пространственного мышления

Как видно из диаграммы, в классах, где преподавание геометрии осуществлялась с помощью оригами, прирост более значителен, что говорит о преимуществе данной методики.

На протяжении двух лет обучения у обучающихся фиксировался уровень усвоения программного материала по математике (на начало 5-го класса и на конец 6-го), блок «Наглядная геометрия». Критериями здесь выступали учебные действия учащихся, выделенные в ФГОС [9]. Проявление основных учебных действий, а также их уровни, отслеживались согласно разработкам О. Б. Епишевой, представленным в книге «Технология обучения математики на основе деятельностного подхода» [3]. По этим данным бы-

ли построены интервальные шкалы [2], из которых было видно, что степень овладения такими учебными действиями, как распознавание пространственных геометрических фигур, исследование свойств пространственных геометрических фигур, моделирование пространственных геометрических объектов, в классах «а» и «б» выше, чем в классах «в» и «г».

Формирование понятий стереометрии отслеживалось по таблицам, в которых у каждого обучающегося отмечались сформированные элементы этапов процесса формирования понятий многогранников и тел вращения согласно «Модели формирования понятий стереометрии с помощью приемов оригами». Из материала, пред-

ставленного в таблицах, следовало, что понятия «куб», «параллелепипед», «пирамида», «конус», «цилиндр», «шар» сформированы на первом этапе у 92,9% обучающихся экспериментальной группы, у 85,7% учеников сформировано частично на втором этапе. У контрольной группы стереометрические понятия на первом этапе сформированы у 34,5% обучающихся, на втором этапе формирование началось у

27,6% обучающихся.

Наше исследование показало, что применение приемов оригами как средства обучения для пропедевтики геометрии в целом и стереометрии в частности при систематических занятиях и специально организованных дидактических условиях способствует более полному формированию стереометрических понятий у учащихся 5–6-х классов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Геометрия : учебник для 7–9 кл. сред. шк. / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев [и др.]. – М. : Просвещение, 2008. – 384 с.
2. Грабарь, М. И. Применение математической статистики в педагогических исследованиях: Непараметрические методы / М. И. Грабарь, К. А. Краснянская. – М. : Педагогика, 1987. – 160 с.
3. Епишева, О. Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода / О. Б. Епишева. – М. : Просвещение, 2003. – 223 с.
4. Каплунович, И. Я. Показатели развития пространственного мышления у школьников / И. Я. Каплунович // Вопросы психологии. – 1981. – № 5. – С. 155-161.
5. Мамалыга, Р. Ф. Развитие пространственного мышления у студентов педагогического ВУЗа при формировании понятий в курсе геометрии : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Мамалыга Р. Ф. – Екатеринбург, 2005. – 22 с.
6. Мамалыга, Р. Ф. Оригами как средство развития пространственного мышления у обучающихся 5–6-х классов при формировании понятий стереометрии / Р. Ф. Мамалыга, А. Г. Бормотова // Формирование мышления в процессе обучения естественнонаучным, технологическим и математическим дисциплинам : материалы Всероссийской научно-практической конференции, 1–2 апреля 2019 г., Екатеринбург, Россия / отв. ред. Т. Н. Шамало. – Екатеринбург, 2019. – С. 107-115.
7. Мамалыга, Р. Ф. Организация педагогического комплекса, развивающего образное мышление учащихся средней школы (на примере работы студии «Геометрия – Компьютер – Геометрия» / Р. Ф. Мамалыга, А. Г. Бормотова // Математика в образовании : сборник статей. Вып. 9 / под ред. И. С. Емельяновой. – Чебоксары : Изд-во Чуваш. ун-та, 2013. – С. 50-53.
8. Погорелов, А. В. Геометрия для 7–11 классов / А. В. Погорелов. – М. : Просвещение, 1992. – 383 с.
9. Примерные программы по учебным предметам. Математика. 5–9 классы : проект. – М. : Просвещение, 2011. – 64 с.
10. Хохлова, Н. И. Оригами как пропедевтика к формированию системы геометрических понятий : автореф. дис. ... канд. психол. наук / Хохлова Н. И. – М., 2002. – 22 с.
11. Шеремет, Г. Г. Система дополнительного образования «От оригами к различным геометриям» : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Шеремет Г. Г. – Ярославль, 2006. – 24 с.
12. Якиманская, И. С. Психологические основы математического образования : учеб. пособ. для студ. пед. вузов / И. С. Якиманская. – М. : Академия, 2004. – 320 с.
13. Якиманская, И. С. Развитие пространственного мышления школьников / И. С. Якиманская. – М. : Педагогика, 1980. – 240 с.
14. Якиманская, И. С. Тест пространственного мышления: опыт разработки и применения / И. С. Якиманская, В. Г. Зархин, Х. Х. Кадаяс // Вопросы психологии. – 1991. – № 1. – С. 128-134.
15. Liu, Yueying. A Comparison Study of Using Origami as a Teaching Tool in Middle-School Mathematics Class in North America and China / Yueying Liu. – (2019). – 86 p.
16. Cakmak, S. An investigation of the effect of origami-based instruction on elementary students' spatial ability in Mathematics (Master's thesis) / S. Cakmak. – Ankara, Turkey, 2009.

REFERENCES

1. Atanasyan, L. S., Butuzov, V. F., Kadomtsev, S. B., et al. (2008). *Geometriya* [Geometry]. Moscow, Prosveshchenie. 384 p.
2. Grabar', M. I., Krasnyanskaya, K. A. (1987). *Primenenie matematicheskoy statistiki v pedagogicheskikh issledovaniyakh: Neparаметрические методы* [The use of mathematical statistics in pedagogical research: non-parametric methods]. Moscow, Pedagogika. 160 p.
3. Epiшева, O. B. (2003). *Tekhnologiya obucheniya matematike na osnove deyatel'nostnogo podkhoda* [Technology for teaching mathematics based on the activity approach]. Moscow, Prosveshchenie. 223 p.
4. Kaplunovich, I. Ya. (1981). *Pokazateli razvitiya prostranstvennogo myshleniya u shkol'nikov* [Indicators of the development of spatial thinking in schoolchildren]. In *Voprosy psikhologii*. No. 5, pp. 155-161.
5. Mamalyga, R. F. (2005). *Razvitie prostranstvennogo myshleniya u studentov pedagogicheskogo VUZa pri formirovaniy ponyatiy v kurse geometrii* [The development of spatial thinking among students of a pedagogical university in the formation of concepts in the course of geometry]. Avtoref. dis. ... kand. ped. nauk. Ekaterinburg. 22 p.
6. Mamalyga, R. F., Bormotova, A. G. (2019). *Origami kak sredstvo razvitiya prostranstvennogo myshleniya u obuchayushchikhsya 5–6-kh klassov pri formirovaniy ponyatiy stereometrii* [Origami as a means of developing spatial thinking in students of grades 5-6 when forming the concepts of stereometry]. In *Shamalo, T. N. (Ed.). Formirovanie myshleniya v protsesse obucheniya estestvennonauchnym, tekhnologicheskim i matematicheskim*

distsiplinam: materialy Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii, 1–2 aprelya 2019 g., Ekaterinburg, Rossiya. Ekaterinburg, pp. 107-115.

7. Mamalyga, R. F., Bormotova, A. G. (2013). Organizatsiya pedagogicheskogo kompleksa, razvivayushchego obraznoe myshlenie uchashchikhsya sredney shkoly (na primere raboty studii «Geometriya – Komp'yuter – Geometriya» [Organization of a pedagogical complex that develops the imaginative thinking of high school students (using the example of the work of the Geometry – Computer – Geometry studio)]. In Emel'yanova, I. S. (Ed.). *Matematika v obrazovanii: sbornik statey. Vyp. 9.* Cheboksary, Izd-vo Chuvash. un-ta, pp. 50-53.

8. Pogorelov, A. B. (1992). *Geometriya dlya 7–11 klassov* [Geometry for grades 7–11]. Moscow, Prosveshchenie. 383 p.

9. *Primernye programmy po uchebnym predmetam. Matematika. 5–9 klassy: proekt* [Sample programs in academic subjects. Maths. Grades 5–9: project]. (2011). Moscow, Prosveshchenie. 64 p.

10. Khokhlova, N. I. (2002). *Origami kak propedeutika k formirovaniyu sistemy geometricheskikh ponyatiy* [Origami as a propaedeutics to the formation of a system of geometric concepts]. Avtoref. dis. ... kand. psikholog. nauk. Moscow. 22 p.

11. Sheremet, G. G. (2006). *Sistema dopolnitel'nogo obrazovaniya «Ot origami k razlichnym geometriyam»* [The system of additional education “From origami to various geometries”]. Avtoref. dis. ... kand. ped. nauk. Yaroslavl. 24 p.

12. Yakimanskaya, I. S. (2004). *Psikhologicheskie osnovy matematicheskogo obrazovaniya* [Psychological foundations of mathematical education]. Moscow. 320 p.

13. Yakimanskaya, I. S. (1980). *Razvitie prostranstvennogo myshleniya shkol'nikov* [The development of spatial thinking of schoolchildren]. Moscow, Pedagogika. 240 p.

14. Yakimanskaya, I. S., Zarkhin, V. G., Kadayas, Kh. Kh. (1991). Test prostranstvennogo myshleniya: opyt razrabotki i primeneniya [Spatial thinking test: development and application experience]. In *Voprosy psikhologii*. No. 1, pp. 128-134.

15. Liu, Yueying. (2019). *A Comparison Study of Using Origami as a Teaching Tool in Middle-School Mathematics Class in North America and China.* 86 p.

16. Sakmak, S. (2009). *An investigation of the effect of origami-based instruction on elementary students' spatial ability in Mathematics (Master's thesis).* Ankara, Turkey.