

УДК 372.853  
ББК 4426.223-266

ГСНТИ 14.25.07

Код ВАК 13.00.02

### **Пермякова Марина Юрьевна,**

старший преподаватель, кафедра физико-математического образования, Шадринский государственный педагогический институт; 641800, г. Шадринск, ул. К. Либкнехта, 3; e-mail: permakova\_marina@mail.ru.

### **Чикунова Ольга Ивановна,**

кандидат педагогических наук, доцент, зав. кафедрой, профессор, кафедра физико-математического образования, Шадринский государственный педагогический институт (Шадринск); 641800, г. Шадринск, ул. К. Либкнехта, 3; e-mail: oliv@shadrinsk.net.

## **СТРУКТУРНО-ЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАФИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ**

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** структурно-логическая модель; функционально-графическая грамотность; техника чтения и изображения графиков функций; степень грамотности.

**АННОТАЦИЯ.** Рассмотрена структурно-логическая модель формирования функционально-графической грамотности учащихся основной школы. Представлено описание основных компонентов функционально-графической грамотности, этапов и принципов ее формирования.

### **Permyakova Marina Yurievna,**

Senior Lecturer of Department of Physics and Mathematical Education, Shadrinsk State Pedagogical Institute, Shadrinsk, Russia.

### **Chickunova Olga Ivanovna,**

Candidate of Pedagogy, Associate Professor, Head of Department of Physics and Mathematical Education, Shadrinsk State Pedagogical Institute, Shadrinsk, Russia.

## **LOGICO-STRUCTURAL MODEL OF FORMATION OF FUNCTIONAL-GRAPHICAL COMPETENCE OF STUDENTS IN GENERAL EDUCATION SCHOOL**

**KEY WORDS:** logical-structural model; functional-graphical competence; techniques of function graph decoding and display; competence level.

**ABSTRACT.** The article deals with a logico-structural model of formation of functional-graphical competence of students in general education school. A description of principal components of functional-graphical competence and stages and principles of its formation is given.

Согласно требованиям Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования изучение предметной области «Математика и информатика» должно обеспечить формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления [4]. Первичной математической моделью любого реального процесса является функция, поэтому функции, их свойства и графики составляют стержень школьного курса математики. То есть математика занимает ведущее место в формировании умений, необходимых для чтения и изображения графиков элементарных функций, что составляет основу *функционально-графической грамотности (ФГГ)*.

Формирование функционально-графической грамотности учащихся связано с обучением математике на этапе предпрофильной подготовки (7–9 классы основной школы), что обусловлено хронологией изучения элементарных функций и их свойств.

*Под функционально-графической грамотностью* обучающихся основной школы мы понимаем комплекс функционально-графических знаний и умений, необходи-

мых для чтения и изображения графиков элементарных функций [3].

Исследованию феномена грамотности посвящены фундаментальные и прикладные исследования многих авторов (Б. С. Гершунский, Е. Миллард, Л. М. Перминова, С. Хит и др.). Теоретический анализ концепции функциональной грамотности представлен в работах О. Е. Лебедева.

Изучению проблем, связанных с формированием и развитием графических умений в процессе обучения математике, посвящены исследования Р. Л. Аракеляна, А. Т. Зверевой, В. И. Зыковой, Л. М. Савинцевой, А. М. Набиева и др.

Диссертационные исследования А. И. Жаворонкова, Ю. Н. Макарычева, Е. И. Лященко, И. В. Антоновой и других авторов затрагивают вопросы методики изучения функционально-графического материала. Интеграции алгебраических и графических (визуальных) методов в обучении математике посвящены работы М. И. Башмакова, Л. С. Капкаевой, Н. А. Резник и др. Применение школьниками графического метода при решении уравнений и неравенств исследовали А. Г. Мордкович, Н. Л. Стефанова, Н. С. Подходова и др.

Однако, как показал анализ психолого-педагогических исследований, несмотря на

значимость проблемы, понятие функционально-графической грамотности до сих пор не получило общепринятого определения, а вопросы ее формирования в процессе обучения математике на этапе предпрофильной подготовки не являлись предметом научно-педагогических исследований.

В этой связи становится актуальным создание структурно-логической модели как основы для разработки методики обучения математике, направленной на формирование ФГГ обучающихся основной школы. В структуру модели мы включаем четыре взаимосвязанных и взаимообусловленных блока: целевой, содержательный, операциональный и контрольно-результативный (см. рис.).

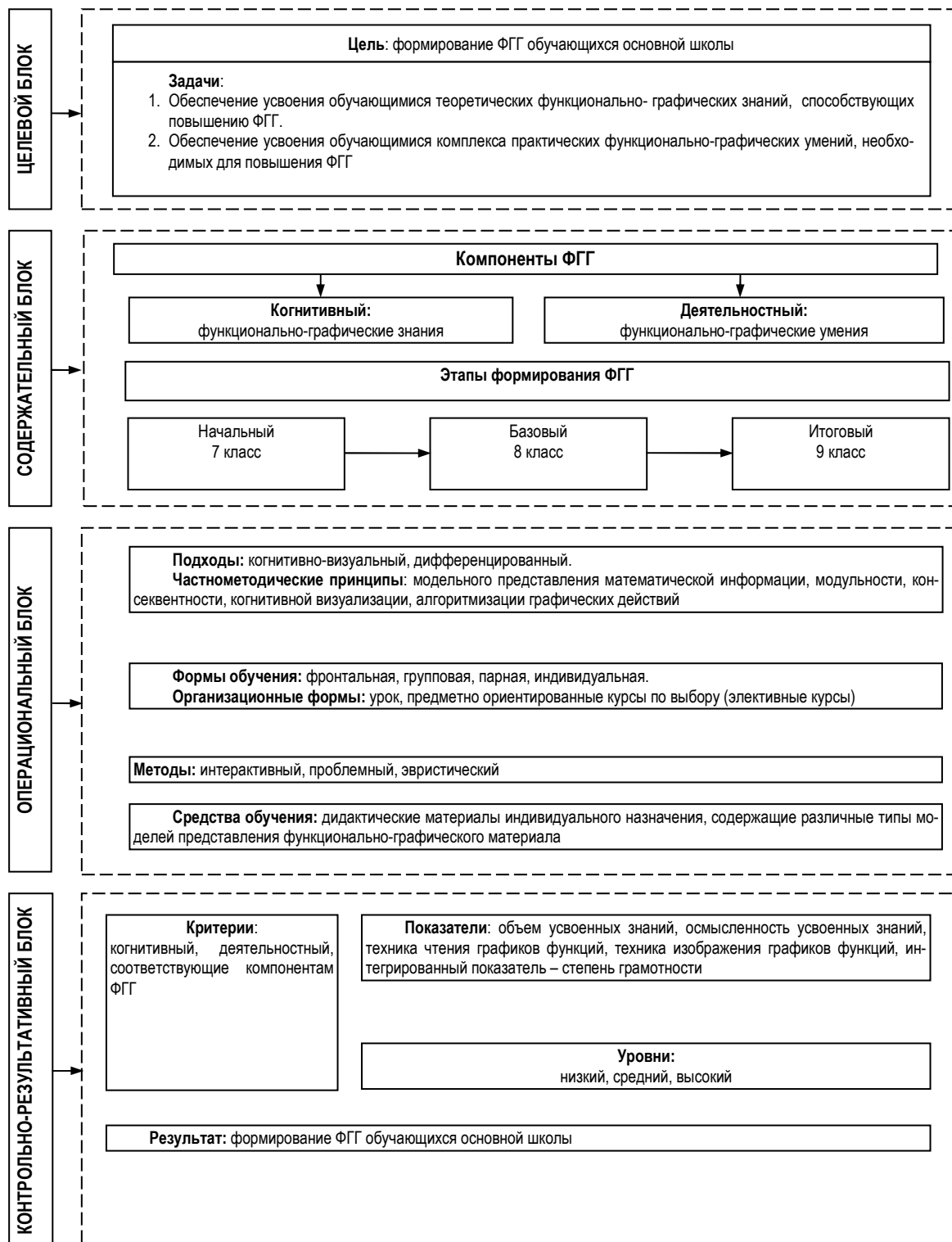


Рисунок. Структурно-логическая модель формирования ФГГ учащихся основной школы

Рассмотрим содержание некоторых блоков процесса формирования ФГГ, представленных в модели.

**Целевой блок** включает в себя цель и задачи формирования ФГГ обучающихся основной школы.

**Содержательный блок** включает структуру, компоненты ФГГ – когнитивный и деятельностный, – а также этапы формирования ФГГ обучающихся основной школы.

*Когнитивный компонент* представляет собой комплекс знаний, необходимых для чтения и изображения графиков элементарных функций, т. е. функционально-графические знания, которые включают знания:

1) основных функциональных понятий: функции, графика функции, способов задания, свойств функции;

2) свойств числовых функций: области определения, области значения, возрастания и убывания, наибольшего и наименьшего значения, нулей функции, промежутков знакопостоянства;

3) элементарных функций, их свойств и графиков: функций, описывающих прямую и обратную пропорциональную зависимость, линейной функции, квадратичной функции, степенных функций с натуральным показателем; графиков функций: корня кубического, корня квадратного  $y = \sqrt{x}$ , модуля;

4) примеров графических зависимостей, отражающих реальные процессы, и числовых функций, описывающих эти процессы;

5) преобразований графиков: параллельного переноса вдоль осей координат и симметрии относительно осей;

6) уравнения прямой, углового коэффициента прямой.

Знаниевый компонент ФГГ выделен на основе сущности функционально-графической грамотности, содержания стандарта основного общего образования и примерной программы по математике для 7–9 классов.

*Деятельностный компонент* включает функционально-графические умения, необходимые для чтения и изображения графиков элементарных функций. От учащихся требуется уметь:

- 1) изображать координатную прямую;
- 2) изображать точку по координате на координатной прямой;
- 3) изображать координатную плоскость;
- 4) изображать точку по координатам на координатной плоскости;
- 5) изображать линию по заданным точкам на координатной плоскости;
- 6) находить координаты точки на координатной прямой;
- 7) находить координаты точки на координатной плоскости;

- 8) находить значение функции, заданной графиком;
- 9) находить значение аргумента функции, заданной графиком;
- 10) по графику элементарной функции определять ее свойства;
- 11) по графику функции определять знак коэффициентов в формуле, задающей функцию;
- 12) по графику функции находить значения коэффициентов в формуле, задающей функцию;
- 13) составлять аналитическую запись функции по графику;
- 14) выяснять, является ли графиком изображенная линия;
- 15) читать графики реальных зависимостей;
- 16) строить графики элементарных функций;
- 17) строить графики элементарных функций по набору свойств;
- 18) строить график произвольной функции по набору свойств;
- 19) выполнять линейные преобразования графиков функций.

Обучение математике, направленное на формирование ФГГ, следует осуществлять на основе когнитивно-визуального подхода к обучению математике [1] и разделять на три взаимосвязанных этапа: начальный, базовый и итоговый (см. табл.). Каждый предыдущий этап данной структуры обуславливает следующий и скоординирован со стратегией и тактикой изучения свойств функций в школьном курсе математики согласно концепции А. Г. Мордковича [2].

**Операциональный блок** процесса формирования ФГГ, представленного в структурно-логической модели, включает методологические подходы, принципы обучения, формы, методы и средства.

В качестве частнометодических мы выделяем следующие дидактические принципы организации процесса формирования ФГГ: дифференциации, модельного представления математической информации, модульности, консеквентности, когнитивной визуализации, алгоритмизации графических действий. Принцип модельного представления математической информации выражается в использование различных типов моделей представления функционально-графического материала для формирования функционально-графической грамотности обучающихся на этапе предпрофильной подготовки.

Принцип консеквентности заключается в согласованности уровней строгости изучения свойств функций в школьном курсе математики с этапами развития ФГГ обучающихся и отсутствии противоречий между этим и логикой изучения функциональ-

но-графического материала на этапе предпрофильной подготовки.

Принцип когнитивной визуализации заключается в необходимости формирования у обучающихся функционально-графических понятий на основе чувственных восприятий их изображений (графиков). Этот принцип предполагает создание визуальной

учебной среды – совокупности условий обучения, в которых акцент ставится на использовании резервов визуального мышления. Эти условия предполагают наличие как традиционных наглядных средств, так и специальных средств и приемов, позволяющих активизировать работу зрения с целью получения продуктивных результатов.

Таблица.

Содержание этапов формирования функционально-графической грамотности с учетом ее компонентного состава

| Компоненты ФГГ                                   |   | Этапы формирования функционально-графической грамотности  |  |          |
|--|---|---|--|----------|
|  |   | I этап  | II этап  | III этап |
| Когнитивный компонент ФГГ                        | Знание основных функционально-графических понятий   | <b>Постоянная составляющая</b>  |  |          |
|  |   | Функция, график функции, способы задания функций; знание свойств числовых функций: области определения, возрастания и убывания, наибольшего и наименьшего значения, нулей, промежутков знакопостоянства; знание примеров графических зависимостей, отражающих реальные процессы, и числовых функций, описывающих эти процессы; знание уравнения прямой ее углового коэффициента                                     |  |          |
|  | <b>Вариативная составляющая</b>   |   |  |          |
|  | Представление о функционально-графическом понятии и свойствах функций   | Словесное описание функционально-графических понятий и свойств функций  | Формирование функционально-графических понятий и свойств функций   |          |
| Знание элементарных функций                      | $y = c$ ; $y = kx + m$ ; $y = kx$ ;<br>$y = x^2$  | $y = kx^2$ ; $y = \frac{k}{x}$ ;<br>$y = ax^2 + bx + c$ ; $y = \sqrt{x}$  | $y = x^n$ ; $y = x^{-2n}$ ;<br>$y = x^{-(2n+1)}$   |          |
| Знание свойств элементарных функций, их графиков | Область определения, возрастание и убывание, наибольшее и наименьшее значения функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, непрерывность | Область определения, область значения, возрастание и убывание, наибольшее и наименьшее значения функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, непрерывность, ограниченность, выпуклость   | Область определения и значений, возрастание и убывание, наибольшее и наименьшее значения, нули, промежутки знакопостоянства, непрерывность, ограниченность, выпуклость, четность |          |
| Деятельностный компонент ФГГ                     | Входные умения, или пропедевтические  | Уметь изображать координатную прямую; изображать точку по координате на координатной прямой; изображать координатную плоскость; изображать точку по координатам на координатной плоскости; изображать линию по заданным точкам на координатной плоскости; находить координаты точки на координатной прямой; находить координаты точки на координатной плоскости   |  |          |
|  | Умения, не связанные с графиками элементарных функций   | <b>Постоянная составляющая</b><br>Находить значение функции, заданной графиком; находить значение аргумента функции, заданной графиком; выяснять, является ли графиком изображенная линия; строить график произвольной функции по набору свойств; читать графики реальных зависимостей; выполнять линейные преобразования графиков функций: параллельный перенос вдоль осей и симметрия относительно осей координат |  |          |

| Компоненты ФГГ               |  | Этапы формирования функционально-графической грамотности   |  |   |
|------------------------------|--|--|--|---|
|                              |  | I этап   | II этап  | III этап  |
| Деятельностный компонент ФГГ | Умения, связанные с графиками элементарных функций | <i>Вариативная составляющая</i>  |  |   |
|                              |  | По графику элементарной функции определять ее свойства; по графику линейной функции определять знак коэффициентов в формуле, задающей функцию; по графику линейной функции находить значения коэффициентов в формуле, задающей функцию; составлять аналитическую запись линейной функции по ее графику | По графику элементарной функции определять ее свойства; по графику квадратичной функции обратной пропорциональности определять знак коэффициентов в формуле, задающей функцию; по графику квадратичной функции обратной пропорциональности находить значения коэффициентов в формуле, задающей функцию; составлять аналитическую запись квадратичной функции обратной пропорциональности по ее графику | По графику элементарной функции определять ее свойства  |
|                              |  | Строить графики элементарных функций, изучаемых в 7 классе, по набору свойств  | Строить графики элементарных функций, изучаемых в 8 классе, по набору свойств;   | Строить графики элементарных функций, изучаемых в 9 классе; строить графики элементарных функций, изучаемых в 8 классе, по набору свойств; выполнять растяжение и сжатие графиков функций |

Принцип алгоритмизации графических действий заключается в использовании графических алгоритмов представления действий по считыванию свойств функций в процессе изучения функционально-графического материала.

В качестве основного средства обучения в процессе формирования ФГГ обучающихся основной школы на этапе предпрофильной подготовки нами были выбраны задачи на взаимопереходы моделей функциональной зависимости: вербальной, аналитической, графической. Комплексы этих задач, представленные в виде дидактических материалов индивидуального назначения (ДМИН) и применяемые совместно с интерактивной доской, выступают в роли средства целенаправленного развития функционально-графических умений всех уровней.

Как средство систематизации и обобщения теоретического функционально-графического материала используем различные психологические модели представления учебной информации (логические, реляционные, семантические и продукционные), включающие графические алгоритмы представления действий по считыванию свойств функций.

**Контрольно-результативный блок** формирования ФГГ, представленный в структурно-логической модели, обеспечивает диагностику уровня сформированности ее компонентов.

В качестве критериев сформированности уровней ФГГ мы выделяем когнитивный и деятельностный.

Показателями когнитивного критерия являются объем усвоенных знаний и их осмысленность.

Объем усвоенных знаний характеризуется количеством элементов знаний, воспроизводимых учащимися. Коэффициент этого показателя ( $P_1$ ) равен отношению количества усвоенных элементов знаний к количеству элементов знаний, имеющихся в содержании учебного материала, т. е. к количеству элементов знаний в эталоне.

Осмысленность усвоенных знаний характеризуется умением учащихся использовать знания для решения стандартных задач в новой задачной ситуации. За коэффициент этого показателя ( $P_2$ ) примем отношение правильно решенных задач ко всем предъявленным в контрольном задании.

В качестве показателей деятельностного критерия сформированности уровней

ФГГ мы выделяем технику чтения ( $T_c$  – отношение количества правильно «прочитанных» графиков функций ко всему затраченному времени) и технику изображения ( $T_u$  – отношение количества правильно изображенных графиков функций ко всему затраченному времени) графиков функций.

Интегрированным показателем, отражающим сформированность всех компонентов ФГГ, является степень грамотности ( $C_T$ ). Для определения этого показателя используется следующая формула:

$$C_T = (0,25 \times P_1 + 0,25 \times P_2 + 0,25 \times T_c + 0,25 \times T_u) \times 100\%.$$

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Далингер В. А. Когнитивно-визуальный подход к обучению математике : учеб. пособ. Омск : Изд-во ОмГТУ, 2004.
2. Мордкович А. Г. Функции в школьном курсе математики (концепция изучения, методические рекомендации). М. : Изд-во Всерос. школы математики и физики «Авангард», 1994.
3. Пермякова М. Ю. Характеристика понятия «функционально-графическая грамотность обучающихся» // Мир науки, культуры, образования. 2012. № 6 (37). С. 251–253.
4. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. М., 2010.

На основании значения показателя  $C_T$  выделены уровни сформированности ФГГ: если  $C_T < 50$ , то уровень функционально-графической грамотности низкий; если  $50 \leq C_T < 70$ , то уровень функционально-графической грамотности средний; если  $C_T \geq 70$ , то уровень функционально-графической грамотности высокий.

Таким образом, созданная нами структурно-логическая модель позволит разработать методику обучения математике, применение которой обеспечит формирование функционально-графической грамотности учащихся основной школы.

Статью рекомендует д-р пед. наук, проф. А. П. Усольцев.