

УДК 371.134+51
ББК 4448.98-5

ГСНТИ 14.35.07

Код ВАК 13.00.01

Яремко Наталья Николаевна,

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа, Пензенский государственный университет; 440026, г. Пенза, Красная, 40, корп. 8; e-mail: yaremki@yandex.ru.

Краснова Оксана Викторовна,

кандидат педагогических наук, доцент кафедры педагогики и психологии профессионального обучения, Пензенский государственный университет; 440026, г. Пенза, ул. Лермонтова, 37, уч. корп. № 18, к. 221; e-mail: oksana_krasnova@mail.ru.

**КРИТЕРИАЛЬНО-КОРРЕКТНОСТНАЯ ПОДГОТОВКА
В ФОРМИРОВАНИИ КОМПЕТЕНТНОСТНОГО ПРОФИЛЯ МАТЕМАТИКОВ:
КОНСТАТИРУЮЩЕЕ ИССЛЕДОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ**

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: математическая корректность; математическая критериально-корректностная подготовка; модель процесса; диагностические уровни; этапы; интегрированная межпредметная система.

АННОТАЦИЯ. Наряду с несколькими другими основополагающими идеями (изоморфизма/фрактальности, оптимальности/оптимизации, вероятности/стохастичности, относительности и др.), идею математической корректности можно положить в основу профессионального математического образования, на которую должны последовательно наслаиваться знания, умения и навыки будущих математиков. Предложенный подход, описанный как межпредметная система качественных междуровневых переходов, эффективен и позволяет обеспечить как оптимизацию процесса во времени, так и прирост числа студентов, освоивших компетенции на высоких уровнях.

Yaremko Natalia Nikolayevna,

Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor of the Chair of Mathematical Analysis, Penza State University.

Krasnova Oksana Voktorovna,

Candidate of Pedagogy, Associate Professor of the Char of Pedagogy and Psychology of Vocational Education, Penza State University.

**CRITERIA-CORRECTIONAL TRAINING IN DEVELOPMENT
OF COMPETENCE PROFILE OF MATHEMATICIANS:
STATING RESEARCH AND EXPERIMENTAL MODEL**

KEY WORDS: mathematical correctness; mathematical criterial-correctness training; process model; diagnostic levels; process stages; integrated interdisciplinary system.

ABSTRACT. Along with several other fundamental ideas (isomorphism/fractality, optimal/optimization, probabilistic/stochastic, relativity, etc.) the idea of mathematical correctness may be used as main trunking of professional mathematics education, on which the knowledge and skills of future mathematicians are strung consecutively together. The proposed approach to the formation, as a systematic interdisciplinary system of qualitative interlevel transitions, is effective and ensures optimization of a process with time and increasing the number of students who have mastered the competencies at the highest levels.

Компетентностный профиль специалистов педагогического направления «Математика» включает множество аспектов, позволяющих им впоследствии выбрать и реализовывать педагогическую, исследовательскую или проектно-практическую (в составе конструкторского коллектива) деятельность. Одним из метапонятий, значимых для всех аспектов и связующих их в профиле «Математика», является понятие математической корректности.

Корректность — метапредметная категория, актуальная также во многих других профессиональных и общекультурной сферах: юридической, этической, нормативно-поведенческой, языковой, медицинской, СМИ, политической, программирования, естественно-научной и технической, в любых научных исследованиях.

Наряду с несколькими другими основополагающими идеями (изоморфизма/фрактальности, оптимальности/оптимизации, вероятности/стохастичности, относительности и др.), идею математической корректности можно причислить к базовым для профессионального математического образования, над которыми последовательно надстраиваются знания, умения и навыки будущих учителей физики, математики и информатики. Основанием для этого, помимо метапредметности, являются хотя бы теоретико-познавательный и мировоззренческий потенциал понятия «корректность» и возможность выделения на его основе обобщенных приемов учебно-познавательной и рефлексивной деятельности обучающихся.

Идея выделения как одной из магистральных в обучении математиков критери-

ально-корректностной подготовки до сих пор не была развита и воплощена в дидактике и методике обучения математике. Эта мысль основана на требованиях к результатам освоения образовательных программ ФГОС ВПО и представляется актуальной в условиях компетентностной парадигмы и тенденций к межпредметной интеграции в обучении.

Проблема математической подготовки студентов вуза в разное время разрабатывалась Г. Л. Луканкиным, А. А. Столяром, А. Г. Мордковичем, Н. Я. Виленкиным, М. И. Шабуниным, Т. А. Ивановой и др. Анализ опубликованных ими результатов позволяет констатировать недостаточную разработанность названной проблемы, в частности психолого-педагогических аспектов критериально-корректностного подхода к математической подготовке студентов.

Методические системы обучения математике исследовались в работах А. М. Пышкало, В. П. Беспалько, В. А. Гусева, Г. Л. Луканкина, А. Г. Мордковича, Г. И. Саранцева и др. Их труды демонстрируют, что понятие естественно-научной корректности ранее не изучалось с методологической и методической точек зрения, не разрабатывались возможности его использования в качестве общенаучной основы, ведущей идеи математической подготовки студентов вуза.

Критериально-корректностная подготовка, являющаяся необходимым и значимым компонентом системы метапредметных компетенций, в недостаточной мере исследована как компонент содержания образования. Не обоснован интегрированный межпредметный комплекс форм и методов формирования данного компонента, не установлены психолого-педагогические условия эффективности применения подобного комплекса.

В общеупотребительном значении прилагательное «корректный» используется в смысле «правильный, верный, точный, вежливый, соответствующий установленным правилам, исправленный, улучшенный» [5]. В то же время прилагательное «корректный» используется как научный термин, смысл которого однозначен, закреплён, так что слово не может трактоваться произвольно. По смыслу с данным прилагательным связано много математических научных терминов: корректность математической задачи (по Ж. Адамару, А. Н. Тихонову), корректность математической модели, корректность определения понятия, корректность правил вывода, корректность алгоритма, корректность применения операторов, корректность выполнения действий (операций, приемов, команд), коррект-

ность интерпретации. Употребление самого прилагательного «корректный» в следующих словосочетаниях: корректная формулировка задачи; корректное решение, доказательство; корректность применения математического метода, приема; корректные вопрос и ответ и т. д. — предполагает большее смысловое разнообразие; семантика слова в данных случаях ближе к общеупотребительному значению. Поскольку указанное понятие относится к большому числу объектов в различных предметных областях, его с полным правом можно считать метапонятием.

В математических и смежных дисциплинах содержание метапонятия «корректность» состоит в однозначной определенности математического объекта, о котором идет речь, и дополнительном наличии качественных признаков. Объем метапонятия «корректность» достаточно широк: под это понятие подпадает большое число математических объектов, например задача, математическая модель, определение понятия, доказательство, вопрос-ответ, решение, метод и др.

Корректности как метапредметной категории присущи следующие свойства:

- общности и универсальности;
- фундаментальности;
- относительности;
- системности;
- абстрактности;
- условности.

Выявление состава критериально-корректностной математической подготовки студентов основано на анализе компетентностных моделей ФГОС ВПО третьего поколения. Во ФГОС ВПО (бакалавриат) для направлений подготовки «Физико-математические науки» и 050100 «Педагогические науки» по профилям 010100 «Математика», 101200 «Математика и компьютерные науки», 010500 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем», 010800 «Механика и математическое моделирование», указаны следующие общекультурные и профессиональные компетенции, связанные с понятием корректности:

- умение на основе анализа увидеть и *корректно* сформулировать математически точный результат;
- знание *корректных* постановок классических задач;
- понимание *корректности* постановок задач;
- самостоятельное построение алгоритма и анализ его *корректности*;
- способность *корректно* выражать и аргументированно обосновывать имеющиеся знания;

- способность *логически верно* строить устную и письменную речь.

Как указано в ГОС ВПО, профессиональная деятельность бакалавров указанного направления подготовки включает следующие виды деятельности как:

- решение различных задач с использованием математического моделирования;
- разработка эффективных методов решения задач естествознания, техники и управления.

Объектами профессиональной деятельности бакалавров являются понятия, гипотезы, теоремы, методы и математические модели. Очевидно, что понятие «корректность» может быть критериально-оценочным для объектов профессиональной деятельности и для самой профессиональной деятельности.

Например, в компетентностном профиле бакалавра направления 231300.62 «Прикладная математика», профиля «Математическое моделирование в экономике и технике», как показывает анализ, только десять из тридцати двух компетенций напрямую не связаны с понятием корректности (математической или иной) и умениями по корректному выполнению тех или иных действий. При описании других профилей направления «Математика» корректность упоминается не реже. Это подтверждает возможность и необходимость межпредметной интеграции в формировании критериально-корректностной компетентности и целесообразность дидактически обоснованной систематизации на этой основе всего процесса обучения.

Критериально-корректностная математическая подготовка — это особый вид межпредметной математической подготовки, в результате которой на математическом материале осуществляется формирование критериально-корректностных компетенций, представленных следующим списком:

А) способность работать с математической задачей на основе понятия «корректность»;

В) способность строить устную и письменную речь, вести научную дискуссию, осуществлять мыслительный процесс в форме диалоговой последовательности корректных вопросов и ответов (в корректной вопросно-ответной форме);

С) способность выявлять некорректность математических объектов: математической модели, формулировок задач, доказательств, применения методов и т. п. — и владеть способами их преобразования в корректные;

Д) способность осуществлять анализ философских, мировоззренческих, естественнонаучных и личностно значимых проблем с точки зрения понятия «корректность».

В разработанной нами системе *содержательную* сторону критериально-корректностной математической подготовки составляют задачи, теоремы, понятия, методы, математические модели, рассмотренные на основании понятия «корректность». *Операциональная* составляющая — это универсальные учебные действия познавательного и оценочного характера: обоснование однозначной определенности и варьирование. *Личностно-мировоззренческая* составляющая критериально-корректностной математической подготовки студентов основана на следующих идеях:

1) понятие «корректность» участвует в формировании целостной картины мира, поскольку корректные и некорректные модели дают полное представление об окружающей реальности;

2) процесс учебного и научного познания безграничен, развивается по спирали и неоднократно проходит через «преодоление некорректности».

Содержание, на котором осуществляется формирование критериально-корректностных компетенций [7], включает в себя:

- программный базовый компонент — дисциплины математического цикла (математический анализ, алгебра, геометрия, математическая физика, численные методы (методы вычислений));

- интегрированные спецкурсы и спецсеминары по темам «Корректные и некорректные задачи математической физики», «Корректность математических понятий и их развитие», «Культура математических рассуждений», «Матлогика», «Экстремальные задачи»;

- вычислительную практику;

- педагогическую практику;

- курсовое и дипломное проектирование.

Понятие корректности и умения соблюдения корректности в математических действиях, распознавания и исправления некорректного формируются в расширяющейся системе межпредметных связей, результатом которой является универсализация. Впоследствии на этой базе происходит специализация умений и навыков из области педагогической критериально-корректностной математической подготовки по одному из научно-исследовательских или практических направлений.

Формирование критериально-корректностной компетентности математика, конечно же, процесс неоднородный, он подвержен действию таких естественных фундаментальных закономерностей, как **асимметрия** и закон **обратного действия** (Д. И. Фельдштейн [6] сформулировал его применительно к процессу социализации личности; в других работах [1; 3] показано,

что данный закон действует во всех системах педагогических взаимодействий, в том числе дидактических).

Закон асимметрии связан с изменением долей вкладов во взаимодействие участников педагогических взаимодействий — педагога и учащегося — в сторону увеличения роли учащегося, повышения его самостоятельности, субъектности, осмысленности действий и решений и снижения вклада и роли наставника, вплоть до наблюдательной и консультативно-экспертной позиции.

Закон обратного действия связан с отмиранием методов и форм педагогических взаимодействий, необходимых для осуществления текущих задач, по мере решения этих задач и постановки/возникновения новых, операционально, содержательно, количественно (числом действий, связей, логических выводов) или практически (за счет требований избегать упрощений, абстрагироваться от реальных помех, шумов и пр.) более сложных.

Практический опыт свидетельствует, что с постепенным усложнением задач снижается количество студентов, осваивающих эти задачи в полной мере (если не применять модель полного усвоения, как на лабораторных занятиях по информатике). В педагогике, насколько нам известно, этот факт не формулировался и не изучался. В общей теории систем он фигурирует в виде следующей гипотезы: лишь 20 % обучающихся осваивают 80 % и более содержания. Что касается остальных 80 % обучающихся, то, согласно этой гипотезе, доля освоенных ими содержаний (остаточных знаний) в среднем не составляют 20 % от программы. Б. Г. Матюнин также упоминает 1/5 и 4/5 доли, говоря о закономерностях процесса обучения [5]. Педагогика считает это допустимым (в традиционной авторитарно-прагматической педагогике норма — это средние показатели успеваемости, в отличие, например, от психологии развития, в которой доказано, что любое отставание влечет за собой, как снежный ком, еще большее отставание на следующих этапах).

Таким образом, до коммуникативных (на равных) субъект-субъектных методов и поисково-исследовательских форм взаимодействия «дорастают» не все, а точнее единицы, большинство останавливается в освоении компетентностно-предметной сферы на упомянутых средних и близких к ним уровнях. В условиях групповой формы обучения это приводит к тому, что большинство студентов ограничивается занятиями в рамках выделенных учебных часов, а ус-

певающие уделяют изучаемым предметам больше времени: занимаются самостоятельной работой, посещают внеаудиторные консультации с преподавателями, ведут инициативную работу в библиотеках и лабораториях.

Кроме того, появление качественных новообразований в критериально-корректностной сфере специалиста — процесс **эмерджентный**: невозможно зафиксировать и описать в наблюдении точный момент их возникновения, можно лишь констатировать факт скачка по принципу «Не умел — теперь умеет!». Следовательно, важно выделить ключевые системообразующие скачки в этом процессе и выработать универсализованные средства их идентификации.

Разумеется, это некие общие рассуждения, которые на подготовительном этапе констатирующего и экспериментального исследования подвигли нас к поиску системы диагностики и формирования, учитывающей сформулированные исходные предположения. На определенном этапе наш выбор остановился на подходе, разрабатываемом О. В. Красновой [1; 3], с чего началось наше сотрудничество в экспериментальной работе.

Указанный подход позволил на основании структурно-динамических и функциональных характеристик выделить значимые точки-уровни в процессе обучения, как это показано на таблице.

Применение выбранного подхода потребовало:

- разработки комплектов интегрированных диагностических заданий для идентификации уровней критериально-корректностной подготовки (неопределенного, дезорганизованного, манипулятивного, прагматического, оптимального и автономного) в целях сбора констатирующих данных и фиксации времени достижения учащимися соответствующих уровней в процессе формирующего эксперимента в экспериментальных и контрольных группах;

- разработки интегрированной межпредметной системы критериально-корректностной подготовки как взаимопреemptивной последовательности межуровневых переходов (ориентационного, адаптационного, функционализации, оптимизации, автономизации, самоактуализации как этапа, следующего за достижениями высшего — автономного — уровня), цели/задачи/содержания, средства, методы, формы которых обусловлены разностью исходного и актуального (целевого на данном этапе) уровней.

Таблица

Диагностические признаки сформированности (уровня развития) критериально-корректностной компетентности

Уровень	Диагностические признаки		
	содержательные	деятельностные (операциональные)	субъектно-личностные
Неопределенный	<i>знания-знакомства (по В. П. Беспалько):</i> общебытовое представление о корректности, отсутствие научных знаний по вопросам корректности	отдельные действия по обоснованию однозначной определенности математических объектов, по их варьированию; восприятие, запоминание	субъектность студента по проблеме не сформирована, мотивация отсутствует
Дезорганизованный	<i>знания-узнавания:</i> первичные представления о математической корректности в общеупотребительном и терминологическом смысле, знакомство с философскими взглядами, представления о целостной картине мира и принципе незавершенности знаний на основе математической корректности	попытки ориентации, понимания: студенты начинают разграничивать общебытовое, общеупотребительное и терминологическое понятие математической корректности, знакомы с составом деятельности по обоснованию однозначной определенности единичных математических объектов, по их варьированию	эмоциональные реакции ориентационного этапа: «непонятно», пугающе, страхи, раздражение, неприятие. Внешняя мотивация
Манипулятивный	<i>знания-копии:</i> – знание терминологической корректности математической задачи по Адамару, по Тихонову и т. д., определения понятия, правил вывода, ПО, вопроса и ответа; – представления об общеупотребительной корректности: корректности доказательства, метода, изложения материала, формулировки задачи; – знание основных корректных и некорректных постановок задач, знание требований корректности к диалоговой речи, методам, доказательству, формулировкам	– уверенные действия по образцу без понимания общей структуры проблем, без творческого владения содержанием: студенты перечисляют три требования корректности, знают определения условно-корректных задач, воспроизводят решение некорректных задач, могут доказать устойчивость вычислительного алгоритма в стандартных привычных случаях, обосновать корректность доказательства, изложения материала, вопроса и ответа по имеющемуся образцу; – знание структуры деятельности и ООД по обоснованию однозначной определенности математических объектов, по их варьированию	– снятие негативных эмоций предшествующего уровня, появление положительных эмоций — интереса, удовлетворенности первыми успехами, уверенности. Учебно-познавательная мотивация; – осознание философских взглядов, целостной картины мира и принципа незавершенности знаний на основе математической корректности
Прагматический	<i>знания-умения</i> — стабильные умения по обоснованию корректности на основе ООД, деятельность «во внешнем плане»: – умения исследовать и решать модельные некорректные задачи, владение методами теории некорректных задач в стандартных ситуациях, умение обосновывать номинальную математическую корректность в стандартных случаях; – умение обосновывать корректность доказательства, метода, формулировки задачи, изложения материала — общеупотребительная математическая корректность	распознавание и решение типовых задач и их комбинаций, сознательный обоснованный выбор методов исследования математических объектов на корректность, владение методами теории некорректных задач и их отдельными приложениями	– осознание взаимосвязей и понимание сущностного смысла требований корректности. Учебно-познавательная мотивация; – принятие философских взглядов, целостной картины мира и принципа незавершенности знаний на основе математической корректности
Оптимальный	<i>знания-умения, методы сотрудничества:</i> – владение методами теории некорректных задач, умение применять методологию этой теории при работе с любой задачей, владение терминологической корректностью на уровне применения в стандартных условиях; – способность применять основы общеупотребительной математической корректности в практической квазипрофессиональной деятельности	– опыт совместной с преподавателем учебно-познавательной деятельности с элементами исследования в процессе решения некорректных задач, обобщения понятий, при анализе корректности доказательств, методов, диалоговой устной и письменной речи; – владение операциональным составом деятельности по обоснованию математической корректности, деятельность «во внутреннем плане», применение знаний и умений в практических исследовательских целях	– потребность в систематическом общении с преподавателем и коллегами на предмет решения проблемных вопросов, исследования нестандартных случаев. Учебно-познавательная мотивация; – оперирование понятием корректности в философском плане для создания целостной картины мира, деятельностное освоение принципа незавершенности знаний

Уровень	Диагностические признаки		
	содержательные	деятельностные (операциональные)	субъектно-личностные
Автономный	<p><i>знания-трансформации:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – умение реализовывать методологию некорректных задач в практических условиях недостатка, переизбытка и противоречивости данных, владение основами теории математической корректности; – дальнейшая разработка теории математической корректности; – опыт автономного решения нетривиальных задач, связанных с понятием корректности, применение знаний по теории корректности в практической деятельности и личной жизни, приведение аргументации и построение диалоговой речи в соответствии с требованиями корректности 	<ul style="list-style-type: none"> – исследовательская деятельность, опыт автономного решения нетривиальных задач, связанных с понятием корректности: студент употребляет знания теории корректности в практической деятельности и личной жизни, проводит аргументацию и строит диалоговую речь (устную и письменную) в соответствии с требованиями корректности, владеет философскими основами теории корректности и принципом незавершенности знаний, применяет их в практической деятельности; – творческое осмысление, переработка состава деятельности по обоснованию корректности математических объектов и ее перенос в практическую и личную сферы 	<ul style="list-style-type: none"> – сознание компетентности в сфере математической корректности, способность оценить компетентность другого в данной сфере, философское осознание вопросов математической корректности, построение единой картины мира в соответствии с математической корректностью. Мотивация к творчеству; – развитие философских взглядов, критическая оценка и выработка собственного взгляда на окружающий мир, развитие понятия «корректность» в естественно-научной, юридической, общественной и других сферах жизни

Констатирующее исследование показало распределение по уровням среди студентов всех курсов (специалитет), среди школьных учителей, аспирантов.

Целью формирующего эксперимента явилась проверка гипотезы о том, что предложенный подход к критериально-корректностной подготовке, систематизированный как межпредметная система качественных межуровневых переходов, эффективен и позволит обеспечить как оптимизацию процесса во времени, так и прирост числа студентов, освоивших компетенции на высоких уровнях.

Экспериментальный процесс опирался на следующие посыпки.

Динамика системы представляет собой последовательность межуровневых переходов. Эти переходы характеризуются появлением новых качеств во взаимодействии субъектов системы на основе ранее сформированных. Цели, формы, методы и средства взаимодействий на каждом переходе обусловлены разницей структур наличного и следующего уровней.

Формирование критериально-корректностных компетенций начинается с *ориентационного* этапа. Его исходный уровень — **неопределенный**, который характеризуется отсутствием у студентов научных знаний по вопросам корректности математических объектов, общебытовым эпизодическим употреблением этого понятия, представлением о некорректной задаче как о «неправильной», которую не нужно решать. Практически вся активность исходит от преподавателя, его организационно-управляющие функции играют ведущую роль в процессе. Методы — объяснительно-иллюстративные и контролируемые. Форма взаимодействия в силу взаимной позиции

по предметной осведомленности (0:1) скорее авторитарная (традиционно-педагогическая). Основная задача этапа — ввести понятие корректности и первые представления о сфере его применения в математике, первые примеры и правила определения корректности (на примере метода, решения). Большие сложности, как показывает практика, вызывают у студентов оперирование правилами и определениями в курсе высшей алгебры, где рассматривается теория групп (начало семестра). Более наглядными, но не менее строгими, к тому же очень объемными выглядят аксиомы и теоремы математического анализа, пугающие студентов новыми требованиями к мыслительным операциям, распределению внимания и организации запоминания (окрестность точки, признаки монотонности, непрерывности, беглое оперирование этими понятиями в процессе рассмотрения задач и доказательств). Наглядным, но фантастическим по манипуляциям с объектами в пространстве и на плоскости воспринимается студентами курс аналитической геометрии. Здесь малейшая алгебраическая некорректность вызовет совсем другую фигуру, т. е. ошибочное распознавание объекта. Сложность составляют терминология, чертежи и процедуры преобразований (понятие аффинного репера и преобразований, запоминание основных канонических форм, методов приведения к ним и т. д.) Начало изучения любой предметной сферы объективно приводит к кризисному моменту — кризису интеграции системы (**дезорганизованный** уровень). Его проявления: студенты чувствуют рассогласование их возможностей с темпом и языком объяснения нового материала, формами контроля и требованиями преподавателя, необходимостью запомина-

ния многочисленных незнакомых терминов, производных от иноязычных слов.

Преодоление трудностей этой стадии, требующее пройти с волевым усилием момент непонимания, возможно, заучивания на память, когда важно не опустить руки, не бросить всё сразу, «переводит» субъекта на следующий — *адаптационный* — этап.

На этом этапе происходит знакомство с номинальным употреблением понятия «корректность», студенты знакомятся с корректностью в смысле Ж. Адамара (на примере математической задачи, математической модели). Это происходит также на 1-м курсе математического факультета. Новые приемы и правила интериоризируются хотя бы на уровне запоминания и различения — по предметам, смысловым единицам, объектам, к которым применяются. Данный процесс связан с началом практического применения элементарных теоретических законов, правил и формул. Многочисленные повторения единообразных примеров-упражнений обеспечивают интериоризацию начал вузовских математических дисциплин. Это дает первую уверенность, чувство стабильности и positivity предстоящей учебы, пополнение багажа знаний относительно правил, подходов, типов, различий ситуаций. Почти монотонное многократное повторение простых действий, алгоритмов, правил, применение их в типичных ситуациях, знакомство со «стандартными», типологизированными исключениями переводит студента на **манипулятивный** уровень, завершающий *адаптационный* этап.

Манипулятивный уровень обнаруживается у студентов при обучении на 1-м (в идеале) либо 2-м курсе. Студенты осваивают межпредметные модули, затрагивающие: корректность математической задачи, модели, метода, определения понятия. Учащиеся демонстрируют при этом знания-копии, умения действовать «по образцу»: усвоив на уровне действий по образцу исследование существования и единственности решения математической задачи, студенты имеют представление об устойчивости решения, алгоритма и могут исследовать их устойчивость в модельных случаях. Студент способен сформулировать требования корректности математической модели и исследовать ее в простейших случаях, привести примеры и обосновать корректность определения математического понятия, вопроса и ответа, знаком с алгоритмами действий в простейших стандартных случаях недоопределенности, переопределенности и противоречивости исходных данных задачи.

Переход к следующему (**прагматическому**) уровню — самое сокровенное дейст-

во всего процесса: это переход **от запоминания-копирования к пониманию**, а значит, к субъектности, самоуправлению, самостоятельности в постановке текущих задач индивидуальной траектории развития в сфере математической корректности. Данный этап представляет уровень реальных практически значимых задач и результатов. На **прагматическом** уровне студент владеет понятием «корректность» в терминологическом и общеупотребительном смыслах, распознает корректные и некорректные математические объекты в приближенных к практическим условиям, умеет работать с этими объектами, выбирать и обосновывать методы, объяснять основания своих решений, находить и исправлять некорректности в решениях других. Основой всего этого является богатый запас знаний (определений и свойств объектов, теорий, подходов, методов, алгоритмов, правил, типов задач, приводимых к типовым, экстремальным случаям, граничным ситуаций) и опыта, приобретенного в процессе изучения множества учебных курсов: «Численные методы», «Теория вероятностей», «Математическая физика», «Корректные и некорректные задачи математической физики». Здесь начинает значимо влиять на эффективность процесса спланированная межпредметная интеграция, предполагающая следующие этапы: 1) обычное применение умений из дисциплин математического цикла в других курсах, где эти умения приобретают статус инструментов; 2) интегрированный подход к курсовым и творческим, конкурсным, исследовательским заданиям; 3) интегрированные модули; 4) комплексное владение знаниями и методами из различных разделов математики и информатики и демонстрация этого в процессе вычислительных практик (требуется идентифицировать проблему, построить адекватную/корректную модель, реализовать ее алгоритмически и на языке программирования, отладить — выявить систематические, принципиальные ошибки в алгоритме, модели, программе, синтаксические/языковые ошибки в программных модулях); 5) оттачивание критериально-корректных навыков в процессе педагогической практики — распознавание, идентификация, объяснение ошибок либо управление поисковой работой школьников по выявлению и исправлению ошибок; 6) проведение деловых игр с отбором заданий на применение критериально-корректностных компетенций в практических ситуациях в различных предметных сферах: оптимизации затрат предприятия, расчета рабочих циклов производственных процессов, моделирования критических ситуаций и прогнозирования сценариев их развития.

Этап перехода к **прагматическому** уровню в модели носит название *функционализации*. Процесс обучения становится при этом разнообразнее: появляются вычислительные практикумы, курсовые работы, индивидуальные инициативные творческие работы (решение открытых проблем математики), педагогическая практика с проведением учебных занятий и проверкой домашних и контрольных работ.

Пятый и шестой уровни (**оптимальный** и **автономный**) соответственно; этапы движения к ним именуются *оптимизацией* и *автономизацией*) в критериально-корректностной подготовке, по нашим наблюдениям, достигаются *отдельными* студентами к 4-му курсу, и далее проявляются в профессиональной деятельности математиков — исследователей и практиков, а также педагогов. Данные уровни предполагают переход к *знаниям-трансформациям*: студенты владеют понятием «корректность» на творческом уровне, освоили методологию и могут рассматривать практические вопросы, связанные с применением понятия и усвоенных методов во взаимодействии с преподавателями (на **оптимальном уровне**) или самостоятельно (на **автономном**). Констатируется сформированность у студентов содержательной, деятельности и субъектно-личностной составляющих критериально-корректностных компетенций.

Для большинства математиков уровень **автономности** в сфере корректности достигается в процессе применения знаний, умений и навыков в практической профессиональной деятельности и связан с накоплением опыта самостоятельной деятельности, в которой сформированные знания, умения и навыки выступают в качестве ин-

струмента. Для субъектов профессионального развития, достигших данного уровня, характерно свободное творческое владение предметом, самодостаточность, автономность, способность самостоятельного выбора, освоения и практической оценки новых ИТ-продуктов и методов решения профессиональных задач, способность поделиться опытом с другими.

Отдельные профессионалы-исследователи на этом уровне способны осуществлять не только самостоятельное и командное применение, обучение и консультирование других (атрибуты уровня **автономности**), но и критическую оценку и развитие философских и математических взглядов на проблемы корректности, методов и критериев ее оценки, развитие понятия «корректность» в прикладных и научно-исследовательских аспектах естественно-научной, юридической, общественной и других сфер, т. е. *самоактуализироваться* в данной сфере.

В заключение сообщим, что выстроенную модель мы проверяем в формирующем эксперименте, который был начат со студентами специалитета в 2009 г. и продолжается до сих пор. Два года назад начата работа со студентами, обучающимися по программам бакалавриата [7]. Предложенная модель позволяет отслеживать и координировать процесс обучения математиков именно с позиции критериально-корректностной подготовки, дает более точную, тематически ориентированную диагностическую информацию. Данный опыт показывает существенность сдвигов под влиянием экспериментальных воздействий, что говорит об эффективности модели и выбранного подхода и целесообразности дальнейшей разработки предложенного направления.

ЛИТЕРАТУРА

1. ВОЛОДИНА О. А., КРАСНОВ А. В., КРАСНОВА О. В. Основы и примеры приложений теории развития систем педагогических взаимодействий // Современные образовательные технологии: психология и педагогика : моногр. / Л. В. Абдульманова, В. В. Бабушкина, О. А. Володина и др. ; под общ. ред. Е. В. Коротаевой, С. С. Чернова. Новосибирск : ЦРНС : Сибпринт, 2008. Кн. 2. С. 12—73.
2. ЗИМНЯЯ И. А. Педагогическая психология : учеб. для вузов. М. : Логос, 2004.
3. КРАСНОВА О. В. Проблема поиска единого механизма функционирования и развития систем педагогических взаимодействий: опыт структурно-динамического исследования // Образование и наука. 2009. № 11 (68). С. 123—139.
4. МАТЮНИН Б. Г. Нетрадиционная педагогика. М. : Школа-Пресс, 1994.
5. ОБЩИЙ толковый словарь русского языка. URL: <http://tolkslovar.ru>.
6. ФЕЛЬДШТЕЙН Д. И. Психологические закономерности социального развития личности в онтогенезе // Вопросы психологии. 1985. № 6. С. 26—37.
7. ЯРЕМКО Н. Н. Понятие корректности в математике и его реализация в процессе формирования математической деятельности обучающихся // Известия ПГПУ им. В. Г. Белинского. 2010. № 18 (22). С. 244—250.

Статью рекомендует д-р пед. наук, проф. В. Д. Селютин