УДК 372.851

Наймушина К.Ю., Семенова И.Н., Чипуштанов И.С.

К ВОПРОСУ О ФОРМИРОВАНИИ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ НА МЕТАПРЕДМЕТНОМ УРОВНЕ У ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Аннотация

В статье формулируются задания для формирования у обучающихся умения исследовательской деятельности в процессе организации работы с историко-математическим материалом (именной задачей Г. Л. Лейбница).

Ключевые слова: исследовательская деятельность, исторические задачи, математические задачи, методика математики в школе, методика преподавания математики, универсальные учебные действия.

Naymushina K.Yu., Semenova I.N., Chipushtanov I.S.,

TO THE QUESTION OF THE FORMATION OF UNIVERSAL ACADEMIC ACTIONS ON THE METASUBJECTS LEVEL IN THE PROCESS OF MATHEMATICS TEACHING

Abstract

The article considers the tasks for the formation of ability research activities in a process of the mathematics teaching using mathematics historical material (G. W. Leibniz).

Keywords: research activities, historical problems, mathematical problems, methods of mathematics at school, methods of teaching mathematics, universal learning activities.

Согласно Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования [6] одним из метапредметных требований к результатам освоения обучающимися основной образовательной программы основного общего образования является умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное, по аналогии) и делать выводы. Формирование этого умения может проходить в процессе выполнения обучающимися исследовательской деятельности при грамотном подборе содержания материала и постановке заданий для учебной и познавательной деятельности в идеологии развивающего обучения [2]. Сформулированное положение коррелируется с мнением А. Н. Поддъякова, который выделяет следующие исследовательские умения: делать обобщения, сравнивать, рассматривать и анализировать предметы, как однородные, так и не однородные, отмечать в них общее и различное, задавать такие вопросы, чтобы найти решение исследовательской задачи, анализировать условия, а также осуществлять умственное планирование конкретной исследовательской деятельности [4].

В рамках сказанного приведем пример содержания предметного математического материала и формулировок заданий, используя язык деятельностного подхода [3].

Обучающимся седьмого класса на заключительном этапе изучения темы «Формулы сокращенного умножения» формулируется задача Г. В. Лейбница: показать, что если n-целое число, то $n^5 - n$ делится на пять [1].

Сформулируем к задаче исследовательские задания.

Первое исследовательское задание: сформулировать суждение о том, как узнать, делится ли разность на пять.

Пояснение для выполнения задания.

Чтобы показать, что разность делится на пять, необходимо исследовать, как должны характеризоваться уменьшаемое и вычитаемое по отношению к делимости на пять.

Исследовательские действия: рассмотрение конкретных примеров, анализ однородных объектов, обобщение.

В результате обучающиеся формулируют исследовательское суждение: чтобы разность делилась на пять, необходимо чтобы и уменьшаемое, и вычитаемое делились на пять. Если хотя бы одно из них не делится на пять, то искомое выражение точно не будет делиться на пять, если оба не делятся на пять, то тут возможен как первый, так и второй случаи.

Второе исследовательское задание: а) оценить удобство полученного суждения для доказательства; б) установить вид выражения (представления информации), удобного для проведения доказательства.

Пояснение для выполнения исследования.

Формулировка вопроса: удобно ли использовать полученный вывод для доказательства?

Результат обсуждения ответа на вопрос: полученный вывод не удобен для дальнейшего доказательства (исследовательские действия: осуществление умственного планирования, обобщение).

Формулировка вопроса: в каком виде нужно представить исходное выражение, чтобы можно было точно сказать, когда оно будет делиться на пять?

Результат обсуждения ответа на вопрос: если выражение будет записано в виде произведения, его удобно исследовать на делимость, например, если один из множителей делится на пять, тогда оно будет делиться на пять (исследовательские действия: анализ однородных и не однородных объектов, сравнение, осуществление умственного планирования, установление причинно-следственных связей).

Задание: перебор всевозможных видов произведений, которые можно получить в результате преобразования выражения $n^5 - n$.

Результат:

$$n^5 - n = n(n^4 - 1) = n((n^2)^2 - 1) = n(n^2 - 1)(n^2 + 1) = n(n-1)(n+1)(n^2 + 1).$$

Исследовательские действия: сравнение, анализ однородных объектов, обобщение, умственное планирование.

Третье исследовательское задание: выделить (сконструировать) выражение, которое может быть взято за основу доказательства и удобной эмпирической проверки.

Пояснение для выполнения исследования.

Выбираем и обосновываем, какое из представлений наиболее удобно для работы.

В первом случае рассматриваем произведение двух множителей $n(n^4-1)$.

Во втором случае имеем три множителя $n(n^2-1)(n^2+1)$ и степень показателя, равную двум.

В третьем случае имеем первую и вторую степень и четыре множителя $n(n-1)(n+1)(n^2+1)$.

На основе характеристики каждого из этих выражений по конструкции, допустим вывод, что работа с выражением в первом случае неудобна, поскольку имеем высокую степень, работа с третьим выражением неудобна на основании наибольшего числа множителей из всех предложенных. Таким образом, самым оптимальным вариантом, быть может, для дальнейшего рассуждения является второй случай.

Исследовательские действия: сравнение, выделение общего и различного, анализ однородных объектов, обобщение, умственное планирование, установление причинно-следственных связей, построение логических рассуждений, формулировка выводов.

Четвертое исследовательское задание: рассмотреть возможные варианты n, при которых выражение будет кратно пяти.

Пояснение для выполнения исследования.

Возьмем второе выражение $n(n^2-1)(n^2+1)$. Оно состоит из трех множителей. Не зная, какой множитель делится на пять, положим, что, например, *n* кратно пяти.

Визуализируем допущение на числовой прямой, тогда при *n* кратном пяти мы рассматриваем только конкретные числа ±5, ±10 и т. д. (рис. 1).

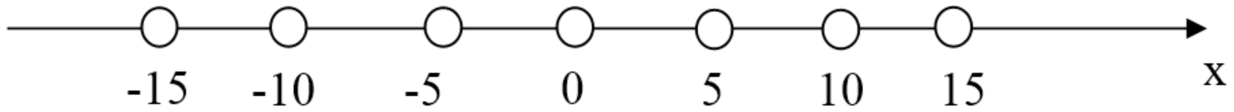

Рис. 1

Все остальные числа прямой «повисли». Далее, предполагаем, что *n* не кратно пяти, тогда все остальные числа на прямой не кратные пяти записываются в виде $n=5k+1$, $n=5k+2$, $n=5k+3$, $n=5k+4$, *где* $k\in Z$.

С помощью подстановки новой (предложенной) формы записи *n* в выражение (в соответствующую скобку), докажем рассматриваемое утверждение.

Интегрируя представленный дидактический материал, выделим умения, формированию которых в процессе решения данной задачи способствуют сформулированные задания:

1) эмпирическая проверка при подстановке конкретных значений;
2) выбор представления вида выражения для удобства получения доказательства с помощью сравнения, обобщения, умственного плани-

рования и эмпирики;

3) переконструирование выражения (на основе сравнения различных способов разложения на множители).

Закрепление выделенных умений (в терминологии [5]) может быть осуществлено после выведения алгоритма решения (доказательства рассмотренной задачи Г. Лейбница) при работе со следующими задачами:

1) задача Г. Лейбница: показать, что если n – целое число, то $n^7 - n$ делится на семь [1].
2) используя разложение $n^5 - n = n(n-1)(n+1)(n^2+1)$, провести исследование для возможности получения какого-либо нового вывода.

Пояснения: при решении первой задачи обучающимся необходимо провести решение по использованному в предыдущей задаче алгоритму.

При решении второй задачи обучающему формулируется вспомогательное указание, суть которого состоит в следующем: полезно взять несколько конкретных значений n, подставить в данное разложение и зафиксировать информацию о том, что можно сказать о делимости выражения, которое получается в результате вычислений в каждой скобке. Далее следует провести исследование по интеграции результатов, получить некоторый вывод и сформулировать его.

Планируемый результат: в разложении $n^5 - n = n(n-1)(n+1)(n^2+1)$ получаем три последовательных числа: $n-1, n$ и $n+1$, следовательно, одно из этих чисел делится на три, а так как ранее было доказано, что $n^5 - n$ делится на пять, то исходное выражение делится на пятнадцать.

Приведенные примеры заданий являются, по нашему мнению, достаточно универсальными и могут быть использованы не только при работе с историко-математическими задачами, но и другим предметным математическим материалом для формирования метапредметных результатов, составляющих основу исследовательской грамотности.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Баврин И. И., Фрибус, Е. А. Старинные задачи: кн. для учащихся. М.: Просвещение, 1994. С. 42-43.

2. Ганеев Х. Ж. Теоретические основы развивающего обучения математике / Урал. гос. пед. ун-т. Екатеринбург, 1997. 160 с.

3. Епишева О. Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: кн. для учителя. М.: Просвещение, 2003. 223 с.

4. Поддьяков А. Н. Исследовательское поведение: стратегии познания, помощь, противодействие, конфликт: М.: PER SE, 2006. № 2. 240 с.

5. Семёнова И. Н. Избранные вопросы методики обучения и воспитания в математическом образовании школьников: учеб. пособие / ГБОУ ВПО «Урал. гос. пед. ун-т». Екатеринбург, 2014. С. 78-86.

6. ФГОС ООО (приказ Минобрнауки РФ от 29.12.2014 №1644).