

Кайгородова А.С., Толстова Н.В., Семенова И.Н.
ФОРМИРОВАНИЕ УМЕНИЯ СРАВНИВАТЬ ПРИ
ИЗУЧЕНИИ РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБОВ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ
УРАВНЕНИЙ

Аннотация

Приведены примеры заданий при пошаговом решении системы уравнений, способствующие формированию умения сравнивать по заданным критериям для формулировки вывода о выборе наиболее простого решения познавательной задачи.

Ключевые слова: познавательные универсальные учебные действия, умение сравнивать, критерий сравнения, решение уравнений, системы уравнений, методика преподавания математики, познавательные задачи.

Kaygorodova A.S., Tolstova N.V., Semenova I.N.
FORMATION OF SKILLS COMPARE IN THE STUDY OF DIFFERENT
WAYS OF SOLVING EQUATION SYSTEMS

Abstract

Examples of tasks are given for the step-by-step solution of a system of equations that contribute to the formation of the ability to compare, according to specified criteria, to formulate a conclusion about the choice of the simplest solution of a cognitivetask.

Keywords: cognitive universal learning activities, ability to compare, comparison criterion, solving equations, systems of equations, methods of teaching mathematics, cognitive tasks.

В рамках ФГОС ООО нового поколения, в основе которого лежит системно-деятельностный подход, обеспечивающий формирование у обучающихся готовности к саморазвитию и активной познавательной деятельности, устанавливаются требования к метапредметным результатам освоения основной образовательной программы, которые включают в себя освоение обучающимися универсальных учебных действий: регулятивных, познавательных, коммуникативных, личностных [4]. Среди указанных действий выделим познавательные универсальные учебные действия (ПУУД), структура которых определена в [5] следующим образом:

- общеучебные действия: самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели, поиск и выделение необходимой информации, применение методов информационного поиска, в том числе с помощью компьютерных средств;
- знаково-символические действия: моделирование, умение структурировать знания, умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной форме, выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий, рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности, смысловое чтение, извлечение необходимой информации из прослушанных текстов различных жанров, определение основной и второстепенной информации, понимание и адекватная оценка языка средств массовой информации, умение

адекватно, подробно, сжато, выборочно передавать содержание текста;

- логические действия: анализ объектов, синтез, выбор оснований и критериев для сравнения, сериации, классификации объектов, подведение под понятия, выведение следствий, установление причинно-следственных связей, построение логической цепи рассуждений, доказательство, выдвижение гипотез и их обоснование.

При этом укажем мнение Е. Е. Хнычкиной о том, что ПУУД определяют, в частности, умение обучающихся выделять способ решения задачи [6].

В контексте сказанного приведем примеры заданий, определяющие формирование у обучающихся умения сравнения на основе определенных оснований в процессе решения систем уравнений для формулировки вывода о простоте решения. При этом:

- укажем, что под «простотой решения» учащимся предлагается понимать (принимается условное соглашение) наименьшая сложность решения задачи (терм. В. И. Крупича [3]);

- под сравнением, согласно О. Б. Епишевой [2] будем понимать установление сходства и различия объектов по каким-либо признакам, полагая достижение сформированности этого умения на трех уровнях (табл. 1).

Таблица 1

Уровни сформированности умения сравнения

Умение	Деятельностный состав уровня овладения умением		
	I уровень	II уровень	III уровень
Сравнение	выявляет общие и различные, существенные и несущественные свойства объектов	осознает структуру сравнения, устанавливает сходство и различие объектов по данному основанию	находит различные основания для сравнения и самостоятельно их использует

Пример 1:

Тематика учебного задания: алгебра, тема «Различные способы решения систем уравнений».

Образовательная цель изучения темы: повторение темы «Способы решения систем уравнений».

Развивающая цель: формирование умения сравнивать по критерию.

Задача: («Арифметика» Диофанта [7]) решить систему

$$\begin{cases} x + y = 10 & (1) \\ x^2 + y^2 = 68 & (2) \end{cases}$$

1. Учащимся предъявляется исторический способ решения: из уравнения $x + y = 10$ имеем $\frac{x+y}{2} = 5$. Положим теперь $\frac{x-y}{2} = z$.

Сложив последние два уравнения, получим $x = 5 + z$.

Произведя вычитание этих же уравнений, будем иметь $y = 5 - z$.

Тогда $x^2 + y^2 = (5 + z)^2 + (5 - z)^2$, или $x^2 + y^2 = 50 + 2z^2$.

Принимая во внимание второе уравнение данной системы, получим $68 = 50 + 2z^2$, или $2z^2 = 18$.

Откуда $z^2 = 9$, $z = 3$.

Следовательно, $x = 8$, $y = 2$.

2. Вместе с учащимися проводится решение одним из современных способов (способ подстановки):

$$x = 10 - y$$

$$(10 - y)^2 + y^2 = 68$$

$$100 - 20y + y^2 + y^2 = 68$$

$$2y^2 - 20y + 32 = 0$$

$$y^2 - 10y + 16 = 0$$

$$D = 100 - 4 \cdot 16 = 36$$

$$y_1 = 8, y_2 = 2;$$

$$x_1 = 2, x_2 = 8.$$

Задание:

Сравнить два способа решения системы уравнений (например, по количеству действий), выбрать простой (согласно принятому условному соглашению) способ решения.

Сравнить способ решения системы уравнений из «Арифметики» Диофанта со способом подстановки по следующим критериям (I уровень овладения операцией):

а) количество шагов,

б) количество затраченного времени,

в) объем знаний (темы из школьного материала, необходимые для решения уравнений).

Для наглядности и удобства сравнения можно предложить обучающимся заполнить таблицу (таб. 2).

Задание для итоговой работы с таблицей (II уровень овладения операцией):

- сформулировать вывод о том, какой из способов решения является простым по критериям а), б), в), а) и б), а) и в);

- сформулировать комбинацию критериев, на основании которой можно сформулировать вывод о простоте решения при сравнении (III уровень овладения операцией),

- для каждого критерия выделить (описать) алгоритм использования (II и III уровни овладения операцией).

Таблица 2

Сравнение способов решения системы уравнений по критериям

Критерии для сравнения	Способ из «Арифметики» Диофанта	Способ подстановки
Количество шагов		
Затраченное время (в мин.)		
Знания, необходимые для решения уравнения (перечисление тем)		

В дополнение к сформулированным заданиям приведем задания для

сравнения, которые выполняют обучающиеся при работе с заданной системой, используя известные им способы решения:

1. Выбрать способ для решения предъявленной системы, который удобно применить (графический, алгебраическое сложение, подстановка), выбор обосновать.

2. Выделить критерий, который является главным для выбора способа решения данной системы уравнений, выбор обосновать.

3. Для способа подстановки выбрать уравнение, из которого удобнее выражать одну из переменных, выделить основание выбора при сравнении уравнений системы (ориентир на простоту, то есть на выполнение меньшего количества алгебраических операций), выбрать переменную, которую удобно выражать через другую (ответ обосновать).

4. Выбрать способ решения (из способа Диофанта и способа подстановки), который позволяет найти все упорядоченные пары чисел, являющиеся решением системы уравнений, выбор обосновать.

5. Сформулировать критерий, по которому способ Диофанта не может быть применен для решения систем уравнений.

Составленные в идеологии развивающего обучения [1], приведенные примеры заданий для формирования умения сравнивать могут быть использованы и для закрепления следующих структурных элементов ПУУД (из перечисленных в [5]):

- поиск и выделение необходимой информации,
- выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий,
- определение основной и второстепенной информации,
- установление причинно-следственных связей, построение логической цепи рассуждений,

а также включены как дидактический материал для построения уровневых технологий обучения математике в современном образовательном процессе.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Теоретические основы развивающего обучения математике / Х. Ж. Ганеев; Уральский гос. пед. ун-т. Екатеринбург, 1997. 160 с.

2. Технология обучения на основе деятельностного подхода: кн. для учителя / О. Б. Епишева. М.: Просвещение, 2003. 223 с.

3. Учить школьников учиться математике: Формирование приемов учебной деятельности: кн. для учителя / О. Б. Епишева, В. И. Крупич. М.: Просвещение, 1990. 128 с.

4. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (утвержден приказом Минобрнауки России от 17 декабря 2010 г. № 1897).

5. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / А. Г. Асмолов,

Г. В. Бурменская, И. А. Володарская [и др.]; под ред. А. Г. Асмолова. М.: Просвещение, 2010. 159 с.

6. Хнычкина Е. Е. Познавательные универсальные учебные действия и их оценка – стратегия развития учителя // Муниципальное образование: инновации и эксперимент. 2014. № 4. С. 18-20.

7. Чистяков В. Д. Сборник старинных задач по элементарной математике с историческими экскурсами и подробными решениями. Минск: Изд-во Мин. высшего, средн. спец. и проф. обр. БССР, 1962. С. 5, 54-55.