

*Бодряков В.Ю., Герасимова Т.А., Шихирина О.М.*

## НАТУРНАЯ ВЕРИФИКАЦИЯ ВИРТУАЛЬНОГО ВЕРОЯТНОСТНОГО ОПЫТА НА ПРИМЕРЕ СЛУЧАЙНОГО БРОСАНИЯ КАНЦЕЛЯРСКОЙ КНОПКИ

### **Аннотация**

В работе дано описание подготовки и выполнения лабораторной работы по математике со случайным бросанием объектов с нарушенной симметрией (канцелярских кнопок различного диаметра) в проникающую среду. Обработка эмпирических данных проводилась с использованием статистических инструментов электронного табличного процессора MS Excel. Предложена физико-математическая модель опыта, основанная на представлении о том, что в положении устойчивого равновесия тело стремится занять положение с наименьшей потенциальной энергией. Проведено сопоставление результатов натурального эксперимента и имитационного эксперимента по случайному бросанию кнопки, поддерживаемого виртуальной учебной лабораторией разработки фирмы 1С.

**Ключевые слова:** вероятностные эксперименты, канцелярские кнопки, лабораторные работы, методика преподавания математики, методика математики в вузе, статистическая обработка данных, физико-математические модели.

*Bodryakov V.Yu., Gerasimova T.A., Shihirina O.M.*

## NATURAL VERIFICATION OF VIRTUAL PROBABLE EXPERIMENT ON THE EXAMPLE OF RANDOM THROWING OF A DRAWING PIN

### **Abstract**

The paper describes the preparation and performance of a laboratory work in mathematics with the random throwing of objects with broken symmetry (drawing pins of various diameters) into the penetrating medium. Empirical data processing was carried out using statistical tools of MS Excel spreadsheet processor. A physics-mathematical model of the experiment is proposed, based on the idea that in a position of stable equilibrium, the body tends to occupy a position with the least potential energy. A comparison was made of the results of a natural experiment and a simulation experiment on the random throwing a drawing pin supported by a virtual learning laboratory developed by 1С.

**Keywords:** probabilistic experiments, clerical buttons, laboratory works, methods of teaching mathematics, methods of mathematics at the university, statistical data processing, physical and mathematical models.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В современной образовательной практике виртуальному компьютерному учебному эксперименту уделяется значительное, возможно даже избыточное, внимание. Разработаны и широко и успешно используются на различных уровнях образования – от основной и даже начальной школы до высшей школы виртуальные лабораторные работы и имитационные демонстрационные эксперименты при обучении физике, естественным наукам, технологии, статистике и др. Обоснованию, описанию и обсуждению методики применения этих цифровых разработок посвящены многочисленные публикации российских и зарубежных педагогов-исследователей (см., например, [1-3; 5-10; 12-

14; 16-18; 20-27] и др.). Некоторые авторы полагают, что в уместных случаях при обучении математике также следует использовать экспериментальные лабораторные работы и демонстрационный эксперимент [22]. Говоря о предметной математической подготовке студентов Института математики, физики, информатики и технологий УрГПУ, отметим работы по теме, выполненные в течение ряда последних лет с участием преподавателей (ныне) кафедры высшей математики и методики обучения математике УрГПУ [1; 3-5; 12] и др.

Безусловно, виртуальный эксперимент обладает рядом неоспоримых преимуществ перед натурным. Компьютерный эксперимент безопасен, что важно, если реальный эксперимент потенциально небезопасен; виртуальный эксперимент не требует приборов, что важно, если для реального эксперимента требуется сложное и дорогостоящее оборудование; компьютерный эксперимент не требует специальной лаборатории, а может быть продемонстрирован всюду, где есть компьютер; компьютерный эксперимент может быть поставлен в значительно более широком диапазоне изменения переменных и параметров процесса, чем в случае натурального эксперимента в силу ограниченного диапазона чувствительности реальных физических приборов; графические возможности используемых ИКТ-средств для реализации виртуального эксперимента позволяют увидеть многомерные процессы, которые невозможно адекватно отобразить реальными приборами; демонстрация компьютерного эксперимента фактически не требует временных и материальных затрат. Наконец, демонстрация компьютерного эксперимента позитивно воспринимается современными ИТ-ориентированными подростками.

Вместе с тем, чрезмерно используемый вместо натурального виртуальный эксперимент обладает и рядом столь же неоспоримых недостатков. А именно, реальный эксперимент невозможно заменить полностью компьютерным, ибо это влечет несформированность практических навыков работы с оборудованием, что критически важно при обучении студентов инженерных направлений подготовки; в компьютерном эксперименте отсутствует предметная наглядность; при демонстрации виртуального эксперимента обучающиеся превращаются в зрителей, а не деятельных участников образовательного процесса. Однако, на наш взгляд, наиболее тонким и спорным моментом при постановке виртуального эксперимента является проблема содержательной адекватности модели, положенной в его основу и воплощенной в виде компьютерного кода. Последний нередко пишется программистом, ограниченно владеющим предметными особенностями программируемого явления; это не может не влечь определенных, и нередко вполне обоснованных, сомнений в адекватности виртуального эксперимента физической реальности.

Из сказанного следует вывод о необходимости натурной верификации виртуального экспериментирования в тех случаях, когда это уместно. Такой подход вполне соответствует системно-деятельностной парадигме современного образования, отраженной в нормативных требованиях образовательных стандартов для всех уровней образования и стандарта профессиональной деятельности учителя. Например, вполне осуществимой сравнительно простыми

и доступными средствами является натурная верификация виртуального вероятностного опыта по случайному бросанию объекта с нарушенной симметрией (канцелярской кнопки). Виртуальная реализация этого опыта представлена на сайте компании 1С в сегменте 1С: Виртуальная лаборатория [20].

Кратко отметим, что раздел «1С: Виртуальная лаборатория» содержит следующие подразделы: Динамические модели и чертежи, Задания с проверяемыми ответами, Интерактивные тренажеры с подсказками, Виртуальные эксперименты, Обучающие игры и развлечения, Детальные методические рекомендации, Сценарии интерактивных занятий (<http://obr.1c.ru/mathkit/index.html>).

Раздел «Математический конструктор» группа разработки 1С-творческих конструкторских сред позиционируют как «лучшую российскую программу динамической математики». Математический конструктор содержит вполне представительный учебный материал по таким разделам математики как Арифметика, Алгебра, Функции и графики, Планиметрия, Стереометрия, Вероятность, Статистика. Обучение с Математическим конструктором может осуществляться как в режиме «Самостоятельное изучение» (разделы 1. Электронный учебник и 2. Занимательная математика) и в режиме «Под руководством учителя» (разделы 3. Модель с указаниями, 4. Классический урок, 5. Урок-открытие, 6. Проектная работа).

В соответствии с современными стандартами, программная среда «Математический конструктор»: может использоваться как дома, так и в школе при различных формах проведения занятий и при различной компьютерной оснащенности учебного класса; позволяет быстрее и эффективнее освоить школьный курс, повышает запоминаемость материала; обеспечивает возможность изучения предмета на основе деятельностного подхода за счет внедрения элементов эксперимента и исследования в учебный процесс; повышает степень эмоциональной вовлеченности учеников, обеспечивает возможность постановки творческих задач и организации проектной работы; показывает, как современные технологии эффективно применяются для моделирования и визуализации математических понятий, в том числе в других школьных дисциплинах – физике, астрономии, биологии, экономике и пр.

Как уже отмечено, в работах кафедры высшей математики и методики обучения математике систематически прорабатывается «экспериментальный» (системно-деятельностный) подход к обучению математике; подход воплощен в систему лабораторных работ по математике (ЛРМ). В отличие от лабораторных работ по физике, химии, другим естественным наукам, где главной задачей обучающегося является проверка законов природы и получение навыков работы с оборудованием, получение первичных навыков экспериментирования, обработки результатов, и др., при выполнении ЛРМ главной задачей обучающегося является знакомство с математической моделью некоторого явления или объекта. Математическая модель может быть виртуальной и выражаться в виде некоторой совокупности математических соотношений; математическая модель может иметь и натурное воплощение. Например,

уравнение цепной линии (гиперболический косинус) есть результат решения довольно сложной задачи по минимизации потенциальной энергии нерастяжимой гибкой нити, подвешенной в поле тяжести; свободно висющая цепь – натурное воплощение этой математической модели. И можно ставить, и решать, вопрос о том насколько математическая модель соответствует своему натурному воплощению [1; 5].

Добавим, что, по нашему глубокому убеждению, выполнение лабораторных работ по математике должно предшествовать систематическому курсу лабораторных работ по естественным наукам. Именно на ЛРМ и именно учитель математики должен привить обучающимся общую культуру осуществления исследовательской деятельности и сформировать необходимый математический аппарат для правильной постановки задачи, формулирования модели явления или объекта и решение этой модели адекватными средствами, научить и привить вкус к математически правильной обработке результатов наблюдений, включая оценку погрешности. Последнее традиционно вызывает большие затруднения у подростков [15]; корень затруднений можно видеть в отсутствии своевременно сформированной культуры выполнения этих обыденных и необходимых математических действий. В тех случаях, когда математическая модель имеет натурное воплощение, учитель математики может и должен систематически прививать общую культуру проведения несложных экспериментов и фиксации первичных данных для последующей статистической обработки. Поскольку такая обработка в наше время осуществляется, как правило, с помощью подходящего программного обеспечения (обычно пакет статистических функций MS Excel), то обучающиеся постепенно усваивают и ИКТ-культуру статистической обработки реалистичных данных.

Тогда, приступая к выполнению лабораторных работ по естественным наукам, обучающиеся со сформированными и закрепленными универсальными учебными действиями, смогут сосредоточиться на освоении соответствующих законов природы, а не расплывать внимание на технические подробности математической модели явления, особенности обработки и представления результатов измерений и т. п. Такой подход вполне соответствует задачам Концепции развития математического образования в РФ [11], государственной стратегии научно-технологического развития.

Целью настоящей работы является подготовка и постановка натурной лабораторной работы по математике со случайным бросанием объекта с нарушенной симметрией (канцелярской кнопки) с обработкой данных испытаний с помощью средств ИКТ, а также сопоставление результатов натурального эксперимента с имитационными результатами работы коммерческой учебной компьютерной программы разработки фирмы 1С, моделирующей этот эксперимент.

Гипотеза исследования: подготовка и выполнение лабораторной работы по математике с натурной верификацией виртуального вероятностного опыта (на примере случайного бросания канцелярской кнопки) способствует повышению уровня мотивации обучающихся и формирует и комплексно развивает

их профессиональные компетенции в части исследовательской деятельности.

## ПОДГОТОВКА И ВЫПОЛНЕНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ ПО МАТЕМАТИКЕ. СРАВНЕНИЕ С ИМИТАЦИОННЫМ ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Первоначально эксперимент по случайному бросанию представляется чрезвычайно простым и общедоступным: на ровную твердую поверхность, например, стола, бросается горсть обычных канцелярских кнопок, которые случайным образом принимают одно из двух положений – острием вверх (кнопка ложится на головку) или острием вниз (кнопка принимает наклонное положение, опираясь на стержень (острие)). Назовем такой эксперимент экспериментом типа I (Э-I). Можно предположить, что в таком опыте с большей вероятностью кнопки будут выпадать острием вверх в силу очевидно меньшей потенциальной энергии этого состояния. Хотя при анализе литературы авторам не удалось найти описаний реальных экспериментов по случайному бросанию канцелярской кнопки, считается, что в среднем отношение частот выпадений кнопки острием вверх к выпадениям острием вниз составляет примерно 0,6 : 0,4 [6]; несколько меньшее отношение показали наши пилотные эксперименты [5]. Математические модели вероятностного эксперимента в постановке Э-I в литературе отсутствуют. Возникает требующий ответа вопрос: таким ли был бы итог эксперимента по бросанию кнопки, если бы кнопка падала на «проникающую» среду, куда могла бы сравнительно свободно погрузиться стержнем вниз?

В свете сказанного, более корректной видится иная постановка эксперимента с кнопкой, который назовем экспериментом типа II (Э-II). На специально подготовленную ровную поверхность, скажем, мелкой крупы, также бросается горсть обычных канцелярских кнопок, которые случайным образом принимают одно из двух положений – острием вверх или острием вниз. Можно предположить, что теперь с большей вероятностью кнопки будут выпадать острием вниз, а не вверх, в силу меньшей потенциальной энергии состояния острием вниз. Причем для опыта в этой постановке вычисление отношения потенциальных энергий сравнительно несложно и доступно даже для школьников, изучивших курс механики. Первые же опыты с компьютерной программой 1С [20], имитирующей случайное бросание кнопки, показали, что программа реализует именно эксперимент Э-II, хотя и не указывает на это прямо. Кнопки с положением «острием вниз» выпадают значительно чаще, чем «острием вверх». Получить комментарии от разработчиков коммерческой учебной программы по данной проблеме не удалось.

Таким образом, налицо прямое противоречие результатов имитационного компьютерного моделирования по случайному бросанию кнопки и результатов натурального эксперимента [5], подкрепленных качественной физической энергетической моделью. Это противоречие дает дополнительное обоснование актуальности настоящей работы.

Дадим краткое описание ЛРМ по случайному бросанию канцелярской кнопки в проникающую среду, хода ее выполнения, обработки результатов испытаний и сопоставления с имитационными результатами учебной компь-

ютерной программы фирмы 1С, моделирующей этот эксперимент.

Тема: «Лабораторное измерение относительной частоты случайного события для объекта с нарушенной симметрией (на примере канцелярской кнопки)».

Цель работы: Лабораторное измерение относительной частоты выпадения канцелярской кнопки острием вниз или острием вверх и сопоставление с теоретической моделью, основанной на сравнении потенциальных энергий кнопки в двух положениях.

Оборудование: два вида кнопок ( $d=10$  мм,  $d=12$  мм) по СТ РК 350-93 [19] (рис. 1); манная крупа (рис. 2); пинцет; штангенциркуль или микрометр; персональный компьютер (мобильное или др. устройство) с программным обеспечением, позволяющим выполнять статистическую обработку данных, например, MS Excel.

Гипотеза: Отношение частот  $m/m'$ , где  $m$  – частота выпадений кнопки острием вниз,  $m'$  – частота выпадений кнопки острием вверх, определяется отношением потенциальных энергий в двух положениях относительно уровня рабочей поверхности.

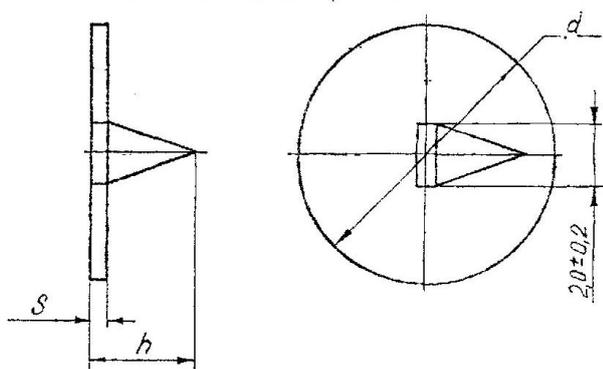


Рис. 1. Схематический чертеж канцелярской кнопки [19]



Рис. 2. Общий вид экспериментального рабочего поля

Теоретическое обоснование: Гипотеза основывается на представлении о том, что в устойчивом положении равновесия потенциальная энергия физического тела (кнопки) стремится к минимуму. Кнопка, находясь на проникающей поверхности, будет стремиться к своему устойчивому положению, хотя влияние случайных факторов при проведении вероятностного эксперимента может привести к тому, что тело окажется в энергетически менее выгодном метастабильном положении, с вероятностью, обратно пропорциональной потенциальной энергии.

Нетрудно показать [5], что отношение потенциальных энергий относительно проникающей поверхности (в качестве таковой удобно использовать манную крупу или муку), для положений с острием вверх / вниз есть:

$$\frac{w'}{w} = \frac{(S_{\circ} - S_{\Delta}) \cdot \frac{1}{2}s + S_{\Delta} \cdot (s+b)}{(S_{\circ} - S_{\Delta}) \cdot \frac{1}{2}s - S_{\Delta} \cdot b}, \quad (1)$$

где  $S_{\circ} = \frac{1}{4}\pi d^2$ , – площадь круга головки кнопки;  $S_{\Delta} = \frac{1}{2}a(h - s)$  – площадь стержня (острия) кнопки. Центр масс равнобедренного треугольного стержня

кнопки находится на одной трети от длины медианы:  $b = \frac{1}{3}(h - s)$ .

Результаты измерений и расчетов: Размеры кнопки (мм): диаметр  $d = 11,5 \pm 0,5$  (или  $d = 9,5 \pm 0,5$ ); высота  $h = 3,25 \pm 0,25$ ; толщина  $s = 0,6 \pm 0,1$ ; ширина стержня  $a = 2,0 \pm 0,2$ .

Экспериментальные результаты ЛРМ представлены в табл. (частично) и на рис. 3 и рис. 4 в виде частотных гистограмм распределения для кнопок с различным диаметром головки. Каждый раз на подготовленную (выровненную) проникающую поверхность в виде слоя манной крупы примерно с полуметровой высоты бросалось 50 кнопок. Вначале удалялись «слипшиеся» пары кнопок, а затем проводился с последовательным выниманием кнопок подсчет числа кнопок «острием вверх» и «острием вниз» с контролем неизменности общего числа кнопок. После заполнения таблицы с первичными экспериментальными данными, опыт повторялся. По завершении эксперимента (100-кратное бросание 50-ти кнопок) проводилась обработка первичных данных с использованием инструментов статистического анализа MS Excel.

Таблица 1

*Фрагмент экспериментальной таблицы  
с первичными данными опытов вероятностного эксперимента  
по случайному бросанию канцелярских кнопок*

<b>N</b>	<b>Острием вверх</b>	<b>Острием вниз</b>	<b>Всего</b>	<b>Исключенные</b>
1	21	29	50	0
2	26	24	50	0
3	24	26	50	0
4	24	26	50	0
5	21	25	50	4
6	21	29	50	0
7	25	25	50	0

Центр гистограммы распределения, как видно из рис. 3 и 4, смещен вправо от единицы и находится в промежутке от 1,1 до 1,2. С учетом довольно заметной дисперсии экспериментальных распределений кнопки с различным диаметром дают распределения без статистических значимых различий. При этом расчет по формуле (1) отношения потенциальных энергий дал оценку  $W/W' = 1,24 \pm 0,15$  [5]. Таким образом, результаты ЛРМ в пределах погрешности не противоречат гипотезе исследования.

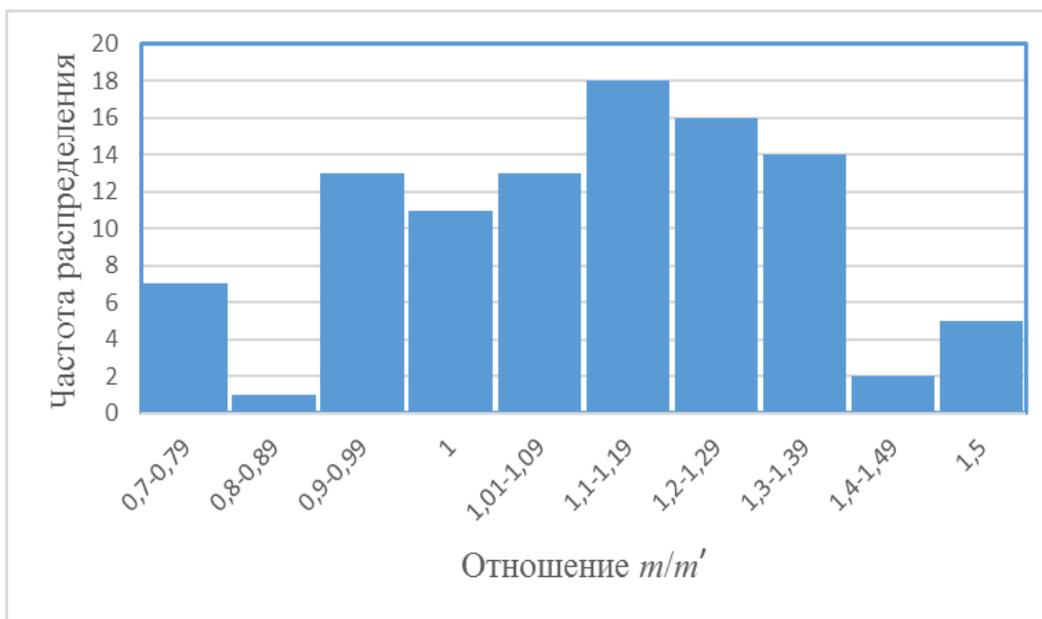


Рис. 3. Частотная гистограмма распределения отношения  $t/t'$ , где  $t$  – частота выпадений кнопки острием вниз,  $t'$  – частота выпадений кнопки острием вверх. Количество измерений  $N = 100 \times 50$ ,  $d = 12$  мм

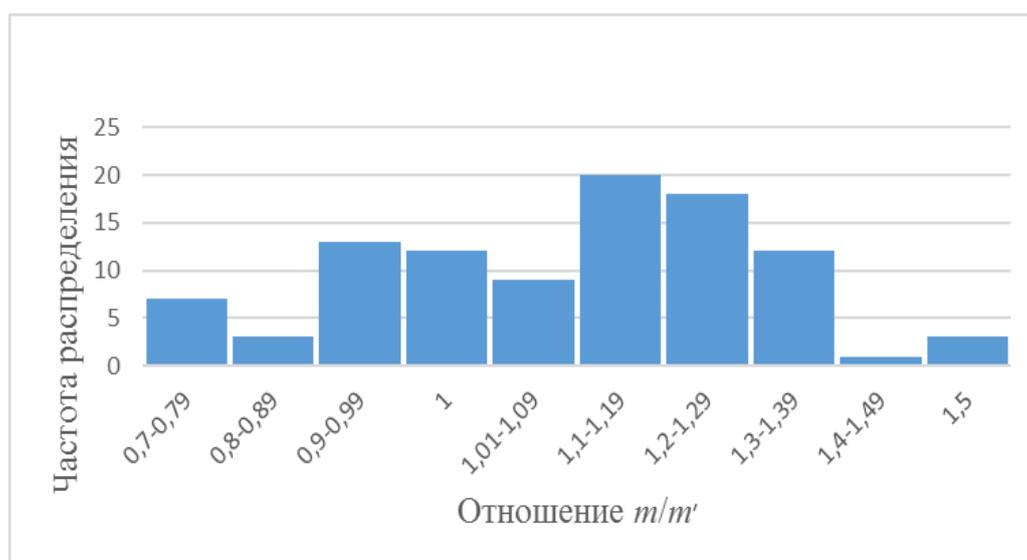


Рис. 4. Частотная гистограмма распределения отношения  $t/t'$ , где  $t$  – частота выпадений кнопки острием вниз,  $t'$  – частота выпадений кнопки острием вверх. Количество измерений  $N = 100 \times 50$ ,  $d = 10$  мм

В контексте настоящей работы, с помощью цифровой лаборатории 1С [20] нами были проведены аналогичные виртуальные испытания по подбрасыванию кнопки в том же объеме, что и выше. Результаты представлены в виде частотной гистограммы на рис. 5. Видно, что, как и в натурном эксперименте, гистограмма распределения смещена вправо от единицы, т. е. «виртуальная кнопка» острием вниз выпадает чаще, чем острием вверх. Это, однако, противоречит «естественной» постановке опыта типа Э-І.

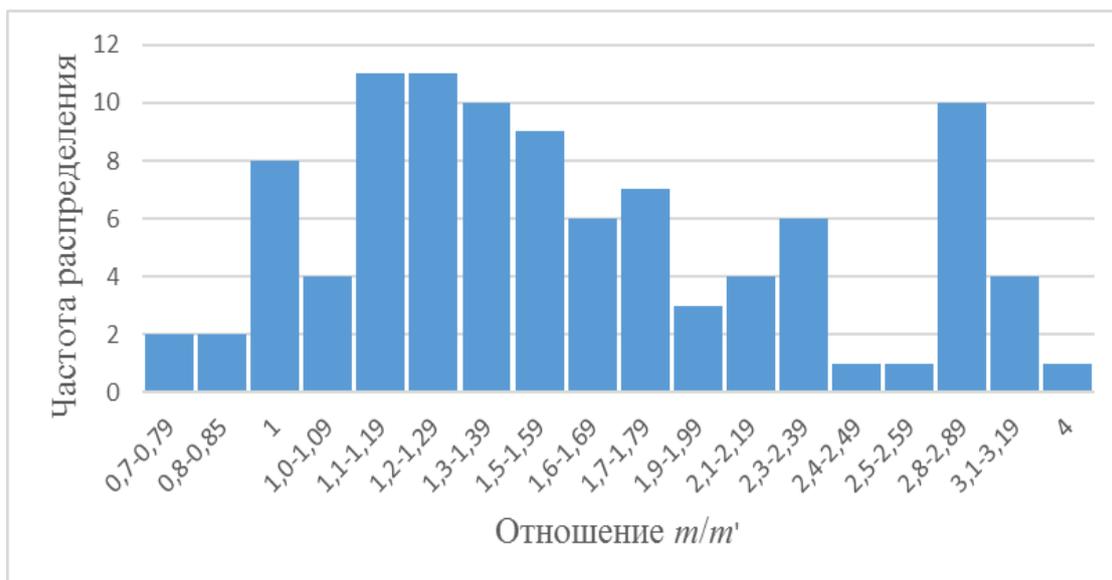


Рис. 5. Частотная гистограмма распределения отношения  $m/m'$ , где  $m$  – частота выпадений кнопки острием вниз,  $m'$  – частота выпадений кнопки острием вверх. Количество измерений  $N = 100 \times 50$  (виртуальная лаборатория 1С)

**Выводы:** в ходе выполнения ЛРМ освоена методика проведения натурального вероятностного эксперимента типа Э-П с измерением относительной частоты случайного события для объекта с нарушенной симметрией (канцелярской кнопки). Проведено  $N = 100$  случайных бросаний 50-ти кнопок в проникающую среду (манная крупа). Статистическая обработка данных свидетельствует в пользу гипотезы о том, что отношение частот  $m/m'$ , где  $m$  – частота выпадений кнопки острием вниз,  $m'$  – частота выпадений кнопки острием вверх, определяется отношением потенциальных энергий в двух положениях относительно проникающей поверхности и с наибольшей вероятностью заключено в диапазоне  $1,1 < m/m' < 1,2$ . Имитационные опыты по виртуальному бросанию кнопки с помощью компьютерной программы разработки Цифровой лаборатории 1С показали, что, как и в натурном эксперименте, гистограмма распределения смещена вправо от единицы, т. е. «виртуальная кнопка» острием вниз выпадает чаще, чем острием вверх, как и в натурном эксперименте.

Вместе с тем, для более достоверных выводов необходимо увеличить количество проведённых экспериментов, что позволит уменьшить дисперсию распределений статистических данных.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе осуществлены подготовка и постановка натурной лабораторной работы по математике со случайным бросанием в проникающую среду объекта с нарушенной симметрией (канцелярской кнопки) с обработкой данных испытаний с помощью статистических инструментов MS Excel. Установлено, что отношение частот  $m/m'$  выпадений кнопки острием вниз / острием вверх устойчиво больше единицы, тогда как случайное бросание кнопок на твердую поверхность дает противоположный результат. Результаты экспери-

мента по случайному бросанию кнопки на проникающую поверхность количественно в пределах дисперсии эмпирических данных соответствуют отношению потенциальных энергий в положениях кнопки острием вверх / острием вниз. Проведено сопоставление результатов натурального эксперимента с имитационными результатами работы коммерческой учебной компьютерной программы разработки фирмы 1С, моделирующей этот эксперимент и, в пределах заметной статистической дисперсии данных, давшей аналогичный результат.

Как показала апробация нашей работы, подготовка и выполнение лабораторной работы по математике с натурной верификацией виртуального вероятностного опыта (на примере случайного бросания канцелярской кнопки) способствует повышению уровня мотивации обучающихся к более глубокому и осознанному изучению математики, установлению и использованию межпредметных связей математики с сопряженными дисциплинами (физика, информатика и ИКТ, технология). Выполнение ЛРМ эффективно формирует и комплексно развивает компетенции обучающихся в части исследовательской деятельности. Разобранная лабораторная работа по математике и ЛРМ, подобные ей, допускают уровневую дифференциацию и могут быть выполнены едва ли не на любом уровне образования – от основной общей до высшей школы, – в зависимости от степени погружения в проблему исследования и проработки физико-математической модели явления.

Дальнейшее развитие темы авторы видят в более детальной проработке физико-математической модели опыта по случайному бросанию кнопки, расширение спектра используемых проникающих поверхностей. В дальнейшем можно предложить обучающимся исследовательскую работу по определению относительной частоты случайного события для объекта с нарушенной симметрией на примере других тел. Темы, связанные с выполнением лабораторных работ по математике, перспективны в качестве тем курсовых и выпускных квалификационных работ.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Аксенова О. В., Бодряков В. Ю. Натурный эксперимент с применением средств информационно-коммуникационных технологий и мобильных устройств как инструмент формирования исследовательских умений студентов // Вестник РУДН. Серия: Информатизация образования. 2018. Т. 15. № 4. С. 363-372.
2. Баскин Ю. Г., Сусленкова Э. Б. Методика проведения натурно-виртуального лабораторного эксперимента // Ученые записки университета им. ПФ Лесгафта. 2009. №. 9. С. 3-8.
3. Бодряков В. Ю., Фомина Н. Г. Геометрическая вероятность как эффективный менеджер межпредметных связей школьного курса математики // Математика в школе. 2010. № 8. С. 42-51.
4. Бодряков В. Ю. О введении задач по теории вероятностей в ЕГЭ по математике // Математика в школе. 2012. № 4. С. 29-35.
5. Бодряков В. Ю., Закирова Л. И. Лабораторные работы по математи-

ке как инструмент формирования компонентов когнитивного и деятельностного мышления будущих педагогов // Формирование мышления в процессе обучения естественнонаучным, технологическим и математическим дисциплинам: материалы всероссийской научно-практической конференции, 1-2 апреля 2019 г. Екатеринбург: УрГПУ, 2019. 180 с. С. 51-58.

6. Бунимович Е. А., Булычев В. А. Вероятность и статистика в курсе математики общеобразовательной школы: лекции 1-4. М.: Педагогический университет «Первое сентября», 2005. 128 с.

7. Вахтина Е., Вострухин А. Интеграция «реального» и «виртуального» в лабораторном эксперименте // Высшее образование в России. 2008. № 6. С. 77-80.

8. Гавронская Ю. Ю., Оксенчук В. В. Виртуальные лаборатории и виртуальный эксперимент в обучении химии // Известия РГПУ им. А.И. Герцена. 2015. № 178. С. 178-183.

9. Далингер В. А. Информационные технологии в обучении учащихся теории вероятностей и математической статистике // Современные проблемы науки и образования. 2012. № 4. С. 230-239.

10. Егорова Т. П. Формирование готовности к учебно-исследовательской деятельности студентов в условиях виртуальной исследовательской среды // Фундаментальные исследования. 2013. Т. 13. № 10. С. 83-88.

11. Концепция развития математического образования в Российской Федерации: утв. расп. Правительства РФ № 2506-р от 24.12.2013.

12. Кузовкова А. А., Мамалыга Р. Ф., Бодряков В. Ю. Формирование познавательного интереса к математике у обучающихся в классах гуманитарно-эстетической направленности // Математика в школе. 2018. № 2. С. 35-42.

13. Михайлова М. Ю., Приставка Т. А., Килин С. В. Применение виртуальных лабораторных работ в учебном процессе высших учебных заведений: за и против // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2015. № 5-2. С. 97-100.

14. Нельзин А. Е., Оспенников Н. А. Демонстрационный эксперимент в условиях ИКТ-насыщенной среды // Вестник Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета. Серия: Информационные компьютерные технологии в образовании. 2009. № 5. С. 129-145.

15. Никифоров Г. Г. Оценка погрешностей в лабораторных работах как необходимый элемент освоения научного метода // Физика в школе. 2018. № 6. С. 24-29.

16. Синяков Г. Н. Реальные лабораторные работы по физике и их компьютерные аналоги. Преимущества и недостатки / Г. Н. Синяков, Е. М. Храмович // Информационные технологии в образовании, науке и производстве: V Международная научно-техническая интернет-конференция (Минск, 18-19 ноября 2017 г.). Минск: МИДО БНТУ, 2017. URL: <http://www.bntu.by/midotnik5.html> (дата обращения: 10.04.2019).

17. Стародубцев В. А., Федоров А. Ф. Инновационная роль виртуальных лабораторных работ и компьютерных практикумов // Инновации в обра-

зовании. 2003. № 2. С. 79-87.

18. Трухин А. В. Виды виртуальных компьютерных лабораторий // Открытое и дистанционное образование. 2003. № 3. С. 11.

19. СТ РК 350-93. Кнопки канцелярские. Технические условия.

20. 1С: Математический конструктор (Виртуальная лаборатория). URL: [http://obr.1c.ru/mathkit/lessons/4\\_1.html](http://obr.1c.ru/mathkit/lessons/4_1.html) (дата обращения: 10.04.2019).

21. Шилова З. В. Информационные технологии при обучении теории вероятностей // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона: периодический межвузовский сборник научно-методических работ. 2014. № 16. С. 205-209.

22. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение: коллективная монография / М. В. Шабанова, Р. П. Овчинникова, А. В. Ястребов, М. А. Павлова, А. Е. Томилова, Л. В. Форкунова, Л. Н. Удовенко, Н. Н. Новоселова, Н. И. Фомина, М. В. Артемьева, Т. С. Ширикова, О. Л. Безумова, С. Н. Котова, В. В. Паршева, Н. Н. Патронова, М. В. Белоручкова, В. В. Тепляков, Т. П. Рогущина, Е. А. Тархов, О. Н. Троицкая, Л. Н. Чиркова. М.: Издательский дом Академии Естествознания, 2016. 300 с.

23. Batanero C., Diaz C. Training school teachers to teach probability: reflections and challenges // Chilean Journal of Statistics. 2012. V. 3. № 1. P. 3-13.

24. Biehler R. Computers in probability education / Chance encounters: Probability in education. Springer, Dordrecht, 1991. P. 169-211.

25. Maxara C., Biehler R. Students' probabilistic simulation and modeling competence after a computer-intensive elementary course in statistics and probability // Proceeding of the Seventh International Conference on the Teaching of Statistics. 2006. P. 1-6.

26. Sacks J., Welch W. J., Mitchell T. J., Wynn H. P. Design and analysis of computer experiments // Statistical science. 1989. V. 4. № 4. P. 409-423.

27. Stohl H. Probability in teacher education and development // Exploring probability in schools: Challenges for teaching and learning / G. Jones (Ed.). New York: Springer, 2005. P. 345-366.