УДК 378.637 + 378.124:51
ББК Ч448.98–5 ГСНТИ 14.35.09 Код ВАК 13.00.02

Т. Ю. Паршина
Нижний Тагил

ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОГНИТИВНОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ В ПРОЦЕССЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: когнитивная компетентность; эвристическая математическая задача; саморегуляция деятельности.

АННОТАЦИЯ. В компонентную структуру когнитивной компетентности вводятся компоненты саморегуляции деятельности. На основе этого выделяются и описываются этапы формирования когнитивной компетентности. В качестве средств формирования когнитивной компетентности на каждом этапе выступают разноуровневые эвристические математические задачи.

T. Y. Parshina
Nizhniy Tagil

THE STAGES OF COGNITIVE COMPETENCE FORMATION OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS DURING THEIR VOCATIONAL TRAINING

KEY WORDS: cognitive competence; heuristic problems; self-regulation activity.

ABSTRACT. The components of self-regulation activity are introduced into the structure of cognitive competence. On this basis, the stages of cognitive competence formation are sorted out and described. Heuristic mathematical problems of different difficulty levels are used as the means of cognitive competence formation at every stage.

В настоящее время одним из показателей профессиональной конкурентоспособности учителя математики является его готовность к самообразованию. Этот показатель представлен в виде одной из задач в Федеральном государственном образовательном стандарте высшего профессионального образования. Ее решение зависит, по мнению многих исследователей компетентностного подхода, от уровня сформированности у будущих учителей математики когнитивной компетентности.

Проведенный анализ психолого-педагогической литературы позволил сделать следующие выводы о соотношении понятий «компетенция» и «компетентность»:

- компетенция и компетентность проявляются в успешной учебной или профессиональной деятельности человека;
- компетенции — обобщенные способы действий (Большая советская энциклопедия, Толковый словарь, Э. Ф. Зеер), образовательные результаты (Г. К. Селевко), знания, представления, программы действий, системы ценностей, отношения (И. А. Зимняя, В. И. Байденко), интегративное качество человека, включающее в себя не только знания, умения, навыки, но и способность и готовность проявить их в решении актуальных задач (Л. В. Шкерина);
- компетентность — владение компетенциями (Толковый словарь, А. В. Хуторской, Р. М. Асланов, А. В. Синчуков), интегральное качество личности, проявляющееся в общей способности к деятельности (Г. К. Селевко), актуальное проявление компетенций (И. А. Зимняя), мера образовательного успеха (В. И. Байденко);
- компетентность предполагает опыт проявления компетенции;
- компетенция относится к общему в содержании компетентностного образования, а компетентность — к индивидуальному.

Неоспорима значимость формирования когнитивной компетентности у будущих учителей математики. Этой проблеме посвящены диссертационные исследования Е. В. Вязововой, Л. А. Осиповой, статьи О. В. Потаниной, Л. В. Семиной, Д. В. Дудко, Р. В. Овчаровой. Авторы раскрывают различные подходы к определению понятия «когнитивная компетентность». По мнению Л. А. Осиповой, когнитивная компетентность является интегральным качеством личности, обеспечивающим ее стремление и готовность реализовать свой потенциал (знание технологии учебной деятельности, умения применять эти знания в практике, наличие опыта самостоятельной учебной деятельности) при успешном решении проблемных задач в процессе учебной и других видов деятельности [2. С. 9]. Л. В. Семина под когнитивной компетентностью понимает «качество личности, определяющее ее готовность к постоянному повышению познавательного уровня, потребность в актуализации и реализации своего личностного потенциала, способность приобретать новые знания и умения, способность к саморазвитию» [3. С. 224], а Е. В. Вязовова — «владение учеником совокупностью компетенций в сфере самостоятельной репродуктивной и продуктивной познавательной деятельности, соотнесенной с объектами реальной действительности» [1. С. 25].

Исходя из анализа определений понятия когнитивной компетентности, приведенных различными авторами, можно сделать вывод, что основной характеристикой сформированности когнитивной компетентности является повышение образовательного уровня. При этом одни исследователи придают значение знанию технологий учебной деятельности, другие — самоуправлению учебной деятельностью или владению познавательными компетенциями.

Под *когнитивной компетенцией* понимается интегральное качество личности, определяющее ее готовность к постоянному самостоятельному повышению образовательного уровня, к актуализации и реализации своего личностного потенциала, способность к приобретению новых знаний и умений, способность к саморазвитию. А *когнитивную компетентность* — как личностное качество, основанное на опыте проявления компетенции в стандартных и нестандартных ситуациях.

Известно, что усвоение математических знаний возможно в основном в процессе решения математических задач. В качестве средства формирования когнитивной компетентности у будущих учителей математики мы выбрали эвристические математические задачи.

Результативность процесса решения эвристических математических задач зависит от индивидуальной деятельности студента по поиску их решения:

– специальный анализ условий и требований задач;
– нахождение в текстах задач значимой для решения, но не выделенной в явном виде информации;
– построение гипотез.

При этом важным фактором организации индивидуальной учебно-познавательной деятельности студентов по решению эвристических задач выступает способность к саморегуляции деятельности (Л. С. Выготский, З. И. Калмыкова, Н. А. Менчинская, С. Л. Рубинштейн).

В отличие от имеющихся работ по проблеме формирования когнитивной компетентности, компоненты когнитивной компетентности (мотивационный, информационный, операциональный и оценочный) мы дополнили компонентами саморегуляции деятельности:

– определение цели деятельности;
– анализ и выявление значимых условий;
– выбор удобного способа и последовательности действий;
– оценка результатов и их коррекция в случае необходимости.

В связи с этим выделены этапы формирования у студентов, будущих учителей математики, когнитивной компетентности, на каждом из которых происходит обучение решению различных видов эвристических задач (имитационных, структурно-функциональных, интегративно-рефлексивных) и выполнение заданий творческого характера.

Формирование когнитивной компетентности учителей математики осуществляется в процессе их профессиональной подготовки в педагогических вузах при обучении различным дисциплинам.

Однако для формирования когнитивной компетентности у будущих учителей математики большие возможности имеет курс элементарной математики, который обладает особенностями, выгодно отличающими его от других. Во-первых, его логическая структура сходна со школьным курсом математики; во-вторых, совпадающая терминология трактуется шире и глубже, чем в школе, что позволяет формировать у студентов опыт самообразовательной деятельности.

Раскроем содержание этапов формирования когнитивной компетентности в процессе обучения будущих учителей математики курсу «Элементарная математика».

1. *Этап самопрогнозирования*. Его целью является обучение студентов регулированию собственной учебно-познавательной деятельности по образцам, принятию готовых целей предстоящей учебной деятельности. На этом этапе студентам предлагаются имитационные задачи, в которых определена цель деятельности. Для осуществления анализа и выявления значимых условий предлагаются подсказки, ориентирующие на возможный способ решения. Выбор удобного способа решения осуществляется студентом самостоятельно из предложенных вариантов. При этом последовательность действий строится с опорой на образцы решений. С помощью разноуровневых имитационных задач создается ситуация выбора, помогающая «принять задачу». Студенты выбирают одну из разноуровневых задач и решают ее, анализируют собственное решение, сравнивая его с эталоном, определяют причины затруднений и на их основе формулируют цели предстоящей коррекционной деятельности.

2. *Этап самопроектирования*. Его целью является обучение студентов использо-

ванию средств самой математики, в частности языка логики высказываний, языка логики предикатов и изоморфизма интерпретаций, которые позволяют проектировать предстоящую учебную деятельность: осуществлять выбор цели на основе личного опыта деятельности; строить модели значимых условий по поиску решения задачи; выявлять, исправлять и предупреждать свои ошибки. Наличие указанных средств позволяет преподавателю организовать индивидуальную деятельность студента по поиску решения структурно-функциональных задач. Определение цели деятельности, микроцели, изменение цели — один из важных и сложных этапов познавательной деятельности. Переформулируя тексты задач на основе языков математической логики или изоморфизма интерпретаций, студент сравнивает получающиеся формулировки и имеет возможность выбрать наиболее удобную из них для решения задачи. При этом выбор способа действия основывается не только на личном опыте студента, но и на логической структуре задачи. Таким образом, студент учится моделировать цель. Выстраивая план решения задачи, студент учится формулировать микроцели. Осуществляя поиск ошибок в готовых решениях задач с помощью языков математической логики, студент фиксирует места их появления. Студентам предлагаются разноуровневые структурно-функциональные задачи. Выбор студентом задачи и способность к ее решению характеризуют его уровень сформированности когнитивной компетентности.

3. *Этап самообразования*. Его целью является обучение студентов выстраиванию тактики поиска решения задач, основанного на самостоятельном определении цели предстоящей деятельности, самостоятельном построении и выборе удобного способа действия. На этом этапе студентам предлагаются разноуровневые интегративно-рефлексивные задачи. Они направлены на формирование умений: формулировать цель предстоящей деятельности и проблему в условии задачи, разрабатывать стратегию решения проблемы, строить план решения задачи. Процесс поиска решения задач предполагает использование творческих заданий, которые выступают в качестве опор для поиска решения интегративно-рефлексивных задач. Это задания на составление банка: методов решения стандартных задач по теме, образцов решения задач, эвристик по теме, типов введения переменных по теме. После решения интегративно-рефлексивных задач студент анализирует свою деятельность, заполняя карточку самоанализа, а изучение темы заканчивается заполнением листа самооценки.

Проиллюстрируем использование разноуровневых эвристических задач на примере темы «Рациональные уравнения».

ЭТАП САМОПРОГНОЗИРОВАНИЯ

1 уровень	2 уровень	3 уровень
Из предложенных ниже стратегий решения уравнений выберите наиболее подходящую для решения указанного уравнения $x^3-4x^2+x+6=0$: 1) сгруппировать слагаемые в левой части уравнения и затем разложить на множители; 2) подобрать рациональные корни многочлена. Найдите корни уравнения	Из предложенных ниже стратегий решения уравнений выберите наиболее подходящую для решения указанного уравнения $(x+1)(x^2+2)+(x+2)(x^2+1)=2$: 1) привести многочлен к стандартному виду, сделать группировку слагаемых и последующее разложение на множители; 2) привести многочлен к стандартному виду и подобрать его рациональные корни. Найдите корни уравнения	Из предложенных ниже стратегий решения уравнений выберите наиболее подходящую для решения указанного уравнения $(x-1)^4-x^2+2x-73=0$: 1) привести многочлен к стандартному виду и подобрать его рациональные корни; 2) ввести новую переменную. Найдите корни уравнения
Из предложенных ниже стратегий решения уравнений выберите наиболее подходящую для решения указанного уравнения $\frac{x^2-x}{x^2-x+1}-\frac{x^2-x+2}{x^2-x-2}=1$: 1) умножить обе части уравнения на произведение знаменателей и полученное уравнение проверить на наличие рациональных корней, сделать проверку на неравенство нулю знаменателей дробей; 2) сделать одну из замен $y=x^2-x+1$ или $y=x^2-x$, или $y=x^2-x-2$	Из предложенных ниже стратегий решения уравнений выберите наиболее подходящую для решения указанного уравнения $x(x+4)(x+5)(x+9)+96=0$: 1) привести многочлен к стандартному виду и подобрать его рациональные корни; 2) перемножить скобки попарно и сделать подходящую замену $y=x^2+ax+b$	Из предложенных ниже стратегий решения уравнений выберите наиболее подходящую для решения указанного уравнения $2x^4+x^3-11x^2+x+2=0$: 1) подобрать его рациональные корни; 2) проверить, не является ли уравнение возвратным, и воспользоваться подходящей заменой $y=x\pm\frac{1}{x}$

Этап самопроектирования

1 уровень	2 уровень	3 уровень
Равносильны ли уравнения $\frac{x^2-1}{x-1}=2$ и $x+1=2$? Запишите на языке логики высказываний определение корня первого и второго уравнения, сравните полученные высказывания. Верно ли, что первое из них истинно тогда и только тогда, когда истинно второе?	В каждом из двух уравнений $\frac{x^2-1}{x-1}=5$ и $\frac{x^2-1}{x-1}=2$ выполнили сокращение левой части на $x-1$ и получили соответственно $x+1=5$ и $x+1=2$. Объясните, сохранилась ли равносильность в каждом из двух случаев. Для решения задачи воспользуйтесь определением корня уравнения и языком логики высказываний	Пусть $P(x)$, $Q(x)$, $R(x)$ — некоторые многочлены. Рассмотрим два уравнения $\frac{P(x)\cdot Q(x)}{P(x)\cdot R(x)}=0$ и $\frac{Q(x)}{R(x)}=0$. Определите, как второе уравнение можно получить из первого. Придумайте такие многочлены $P(x)$, $Q(x)$, $R(x)$, чтобы 1) уравнения оказались равносильными; 2) уравнения оказались неравносильными. С помощью языка логики высказываний и определения корня уравнения обоснуйте сохранение и нарушение равносильности в составленных вами уравнениях
Равносильны ли уравнения $x^2-1=5(x-1)$ и $x+1=5$? Запишите на языке логики высказываний определение корня первого и второго уравнения, сравните полученные высказывания. Верно ли, что первое истинно тогда и только тогда, когда истинно второе?	В каждом из двух уравнений $x^4-1=3(x^2+1)$ и $x^4-1=3(x^2-1)$ выполнили деление обеих частей уравнения на одно и то же выражение и получили соответственно $x^2-1=3$ и $x^2+1=3$. Объясните, сохранилась ли равносильность в каждом из двух случаев. Для решения задачи воспользуйтесь определением корня уравнения и языком логики высказываний	Пусть $P(x)$, $Q(x)$, $R(x)$ — некоторые многочлены. Рассмотрим два уравнения $P(x)\cdot Q(x)=P(x)\cdot R(x)$ и $Q(x)=R(x)$. Определите, как второе уравнение можно получить из первого. Придумайте такие многочлены $P(x)$, $Q(x)$, $R(x)$, чтобы 1) уравнения оказались равносильными; 2) уравнения оказались неравносильными. С помощью языка логики высказываний и определения корня уравнения обоснуйте сохранение и нарушение равносильности в ваших примерах
Запишите на языке предикатов условие и требование задачи: «Найдите все значения параметра a, при каждом из которых значение выражения $(x+5)(x^2+5x+6)$ <u>не равно</u> значению выражения $a\left(x-\frac{6}{x}+5\right)$ ни при одном значении переменной $x\in(-4;\ -3]$». Используя закон контрапозиции, перепишите полученную формулу. Прочитайте новую формулировку задачи. Преобразуйте первоначальную формулу с помощью правила удаления импликации и соответствующего закона де Моргана. Прочитайте новую формулировку задачи. Теперь у вас три формулировки одной и той же задачи. Сравните их. Выберите наиболее удобную для решения задачи. Расскажите, к чему теперь сводится решение задачи	Запишите на языке предикатов условие и требование задачи: «Найдите все значения a, для которых при каждом x из промежутка $[-3;\ -1)$ значение выражения x^4-7x^2-3 <u>не равно</u> значению выражения ax^2». Используя закон контрапозиции, перепишите полученную формулу. Прочитайте новую формулировку задачи. Преобразуйте первоначальную формулу с помощью правила удаления импликации и соответствующего закона де Моргана. Прочитайте новую формулировку задачи. Теперь у вас три формулировки одной и той же задачи. Сравните их. Выберите наиболее удобную для решения задачи. Расскажите, к чему теперь сводится решение задачи	Найдите все значения параметра a, при каждом из которых значение выражения $\frac{x^2-px-5}{x^2+x+p}$ <u>будет принимать значение, равное 2,</u> при единственном значении переменной $x\in(-2;\ 2]$. Запишите на языке предикатов условие и требование задачи. Прочитайте и запишите новую формулировку задачи. Расскажите, к чему теперь сводится решение задачи
Учитывая определение нуля функции, запишите на языке предикатов условие и требование задачи: «При каких значениях a нули функции $f(x)=x^2-4(a-3)x-20a+35$ расположены между числами -4 и 3?» Прочитайте получившуюся формулировку задачи. С помощью законов логики предикатов преобразуйте, удаляя импликацию. Расскажите, к чему теперь сводится решение задачи	Запишите на языке предикатов условие и требование задачи: «При каких значениях параметра p неравенство $px^2-4x+3p+1>0$ справедливо при всех положительных x?» Прочитайте получившуюся формулировку задачи. С помощью законов логики предикатов преобразуйте, удаляя импликацию. Расскажите, к чему теперь сводится решение задачи	С помощью законов логики предикатов преобразуйте текст задачи к виду, удобному для решения. «При каких значениях параметра a любое решение неравенства $x^2-3x+2<0$ является одновременно решением неравенства $ax^2-(3a+1)x+3>0$?» Составьте план решения получившейся задачи

1 уровень	2 уровень	3 уровень
Интерпретируйте графически следующие уравнения: $x^2+y^2-2=0$, $x^2+2x+y^2+1=4$, $x^2-2y=3$, $y=\dfrac{x+1}{x-1}$, $2x^2+xy=0$, $x^2-9y^2=0$, $2xy+y=0$. Для поиска решения задачи попробуйте ответить на вопросы: Что представляет собой множество точек плоскости, координаты которых $(x;\ y)$ удовлетворяют одному из следующих условий: $ax+by=c$, $(x-a)^2+(y-b)^2=c^2$, $y=ax^2+bx+c$, $x=ay^2+by+c$, $y=\dfrac{k}{x}$, $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$? Можно ли преобразовать заданные уравнения к одному из указанных видов? Преобразуйте и постройте точки плоскости, координаты которых $(x;\ y)$ удовлетворяют заданным уравнениям	Интерпретируйте графически следующие уравнения: $2xy+y=2$, $xy-2=2x-y$, $x^2+y^2-2x+8y-20=0$. Для поиска решения задачи запишите в общем виде уравнения прямой, окружности, параболы, гиперболы. Сравните предложенные уравнения с выписанными вами. Составьте план действий и решите задачу	Интерпретируйте графически следующие уравнения: $y=\sqrt{x^2-2x}$, $y=\sqrt{x^2-2x+1}$, $x^2-6x+9=y^4$. Опишите план ваших действий и решите задачу

Этап самообразования

1 уровень	2 уровень	3 уровень
Вводя подходящую замену переменной, решите уравнение $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{48}{x^2}=5\left(\dfrac{x}{3}+\dfrac{4}{x}\right)$	Оцените целесообразность раскрытия скобок при решении уравнения $2x^4+x^2(x+2)-3(x+2)^2=0$. Можно ли свести его к специальному виду возвратному, биквадратному, однородному? Решите уравнение	Составьте план непосредственного решения следующей задачи: «Решите уравнение $f(f(x))=f(x)$, где $f(x)=-x^3-x-3$». Сформулируйте проблему, которая возникнет при таком решении задачи. Назовите причину появления проблемы. Как может быть снята эта проблема? Найдите равносильную формулировку этой задачи, не требующую поиска корней многочлена высокой степени. Решите задачу, представленную в новой формулировке
Вводя подходящую замену переменной, решите уравнение: $(x+3)^4+(x+5)^4=16$	Оцените целесообразность приведения дробей к общему знаменателю в уравнении: $\dfrac{2x^2+8}{x}+\dfrac{2x}{x^2+3x+4}+11=0$. Найдите особенность коэффициентов при переменных, позволяющую предложить способ решения. Решите уравнение	Составьте план непосредственного решения следующей задачи: «Найдите все положительные значения a, большие 1, при каждом из которых наименьшее из двух чисел $b=a^4(1-5a^{-2})-1$ и $c=a^{-3}(5a-a^{-1})-1$ больше -7». Сформулируйте проблему, которая возникнет при таком решении задачи. Назовите причину появления проблемы. Как может быть снята эта проблема? Найдите равносильную формулировку этой задачи, не требующую при решении *выбирать* наименьшее из чисел. Решите задачу, представленную в новой формулировке

Задания творческого характера

1. На основе анализа учебных пособий по элементарной математике и школьным учебникам составьте перечень основных способов введения новой переменной. Заполните таблицу:

№ п/п	вид замены	пример уравнения

2. На основе анализа учебных пособий по элементарной математике и школьных учебников составьте образцы решений рациональных уравнений по одному примеру на каждый встретившийся прием. Каждое уравнение оформите на отдельном листе.

Организация учебного процесса в соответствии с описанными этапами способствует формированию у студента умений ставить цель своей учебно-познавательной деятельности по приобретению математических знаний, планировать ее и осуществлять, предвидеть результаты своих действий, обнаруживать и исправлять допущенные в ходе решения задачи ошибки, что в результате приводит к формированию его когнитивной компетентности.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. ВЯЗОВОВА Е. В. Формирование когнитивной компетентности у учащихся на основе альтернативного выбора учебных действий (на примере обучения математике). Нижний Тагил, 2009.
2. ОСИПОВА Л. А. Информационно-образовательные проекты как средство формирования у студентов когнитивной компетентности : автореф. дис. ... канд. пед. наук. Брянск, 2008.
3. СЕМИНА Л. В. К вопросу о формировании когнитивной компетентности в самостоятельной работе студентов // Вестник Московского государственного областного университета. Сер. Педагогика. 2010. № 1.

Статью рекомендует д-р пед. наук, проф. А. П. Усольцев