

Попов Семен Евгеньевич,

доктор педагогических наук, кандидат технических наук, доцент, профессор, кафедра естественных наук и физико-математического образования, Нижнетагильский филиал Российского государственного профессионально-педагогического университета; 622031, г. Нижний Тагил, ул. Красногвардейская, д. 57; e-mail: s-e-porov@yandex.ru

**КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ В ФОРМИРОВАНИИ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ
О ВЕРОЯТНОСТНОМ ОПИСАНИИ ПОВЕДЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ**

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: компьютерное моделирование; функция распределения; плотность вероятности; методика обучения физике.

АННОТАЦИЯ. В работе ставится и обсуждается проблема эффективного формирования у студентов естественно-научных специальностей представлений о вероятностном способе описания состояния и поведения реальных объектов. Подчеркивается, что экспериментальное изучение и подтверждение статистических закономерностей затруднено ввиду ограниченности количества соответствующих работ в традиционном лабораторном практикуме. В этой связи предлагается подход, в котором проработка основных характеристик вероятностного метода проводится на основе сочетания возможностей натурного эксперимента и использования современных компьютерных средств. С этой целью дается описание проведения нового учебного исследования по изучению распределения фотоэлектронов и пошаговый алгоритм компьютерной обработки результатов эксперимента. Показано, что использование компьютерных инструментов позволяет детально изучить трансформацию функции распределения частиц по кинетической и потенциальной энергии в зависимости от изменения основных параметров системы, а также получить функцию распределения системы по полной энергии. Отдельно разбирается вопрос о целесообразности использования компьютерных средств для описания состояний электронов в атоме. Продемонстрирована возможность визуализации электронных орбиталей для атома водорода. Делается вывод о целесообразности использования представленных материалов в педагогической практике.

Popov Semen Evgenievich,

Doctor of Pedagogy, Candidate of Engineering, Professor of Department of Sciences, Physical and Mathematical Education, Russian State Vocational Pedagogical University, Nizhny Tagil, Russia.

**COMPUTER TOOLS IN SHAPING PERCEPTIONS OF THE PROBABILISTIC DESCRIPTION
OF THE BEHAVIOR OF PHYSICAL OBJECTS**

KEY WORDS: computer simulation; distribution function; probability density; methods of teaching Physics.

ABSTRACT. The paper discusses the problem of the effective ways of formation of the Natural Science students' knowledge about the probabilistic way of describing the state and behavior of real objects. It is emphasized that the pilot study and confirmation of the statistical regularities is difficult because of the limited number of relevant works in the traditional laboratory course. In this context, we propose an approach in which a study of the basic characteristics of the probabilistic method is based on the combination of features of the experiment and the use of modern computer tools. To reach this goal, the description of the new academic experiment of the distribution of photoelectrons is provided, as well as a step-by-step algorithm of computer processing of experimental results. It is shown that the use of computer equipment allows to study in detail transformation of the distribution function of the particle kinetic and potential energy depending on the change of the key system parameters and to obtain the distribution function of the system of full energy. The question about the opportunities of the use of computer tools to describe electrons in the atom is raised. The ability to visualize electron orbitals for the hydrogen atom is proved. The conclusion is made about expediency of use of the results of this research in teaching practice.

Современные представления об окружающем нас мире, как и большинство физических теорий, базируются на вероятностном описании поведения систем (как состоящих из большого числа частиц, так и представляющих собой единичные объекты). Широко используются понятия о функции распределения, плотности вероятности, средних значениях физических величин, флуктуациях и т. д. Поэтому важно прочно сформировать у обучаемых четкие представления о характеристиках случайных процессов, способах их получения и правилах их применения.

Понимание модельного характера и приближенности наших знаний о природе нужно прививать студентам в течение всего процесса обучения. Об этом свидетельствуют также структура и компоновка материала в ряде школьных учебников, в которых не только обсуждаются традиционно изучаемые распределения Максвелла и Больцмана (на примере барометрической формулы), но и вводятся понятия о фазовом пространстве и распределении Гиббса [1].

Лабораторный эксперимент призван подтверждать и прояснять основные положения и выводы теории, а также закреплять

усвоение изученного материала. Однако перечень работ, которые могут быть поставлены в лабораторном практикуме по изучению статистических закономерностей, представляется весьма ограниченным. Предлагаем в цикл лабораторных работ по основам статистической физики включить работу «Изучение энергетического спектра фотоэлектронов». Данная работа, с одной стороны, не требует специального (эксклюзивного) оборудования и, следовательно, может быть поставлена в любой лаборатории, а с другой – носит ярко выраженный учебно-исследовательский характер, поскольку энергетический спектр фотоэлектронов зависит от целого ряда причин и соответствие его равновесной функции распределения изначально является гипотезой.

Принципиальная схема установки приведена на рис. 1. В качестве вакуумного фотоэлемента допускается использование простейших фотоумножителей, в которых эмиттер соединяется с анодом. Работу можно ставить в двух вариантах. Первый – с монохроматором, и при этом изучать зависимость изменения функции распределения фотоэлектронов от длины волны падающего света. Второй (упрощенный) – с источником сплошного спектра (например, лампой накаливания или ртутной лампой), и при этом ставить задачей проверку на соответствие получаемого распределения – Максвелловскому распределению по энергиям для частиц системы, находящейся в равновесном состоянии.

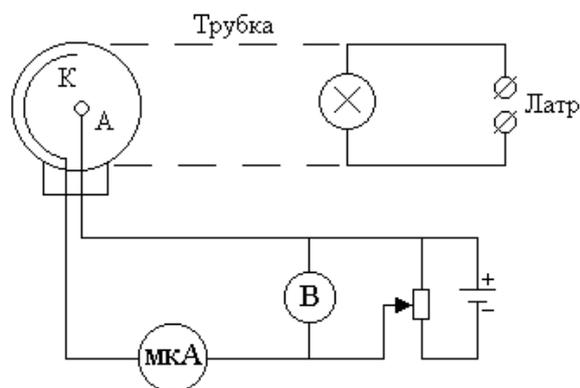


Рис. 1. Принципиальная схема установки

Для получения вольтамперной характеристики мы использовали метод ускоряющего потенциала. В качестве фотоэлемента – ФЭУ-1, который находился в защитном кожухе и соединялся с лампой накаливания ($W=300$ Вт) трубкой диаметром 4 см и длиной 40 см. При напряжении накала лампы в 100 В (подавалось от латра) фототок практически достигает насыщения (4,5 мкА – фиксировался микроамперметром Ф195) при ускоряющем напряжении

7,5 В (ИПД-1). Напряжение накала и потенциал анода стабилизировались феррорезонансным стабилизатором СН-500 М.

На рис. 2 представлен типичный график распределения фотоэлектронов по энергиям, который получается при обработке результатов вольтамперной характеристики. Выбор в качестве аналога функции распределения $\Delta I/I_0$ (где I_0 – ток насыщения) обоснован в работе [9]. Приведение значений изменения тока к относительным единицам позволяет сравнивать результаты экспериментов для различных интенсивностей светового потока. Использование светофильтров дает возможность качественно проследить зависимость функции распределения от длины волны, что можно рассматривать как моделирование температурной зависимости. Обработка экспериментальных данных предполагает также построение графиков, где в качестве аргумента выступает корень из ускоряющего напряжения, что моделирует распределение фотоэлектронов по скоростям. Анализ результатов указывает на соответствие функции распределения фотоэлектронов закону распределения Максвелла и позволяет провести по экспериментальным данным некоторые оценки, например, температуры газа фотоэлектронов, их средней энергии, а также изменения доли электронов в определенных интервалах скоростей.

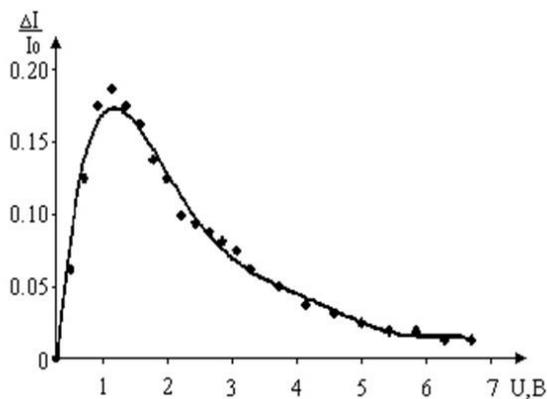


Рис. 2. Энергетический спектр фотоэлектронов

В качестве дополнительного задания предусматривается изучение и обработка результатов классического опыта Лукирского и Прилежаева по экспериментальной проверке формулы Эйнштейна для фотоэффекта [11]. Предлагается по полученным вольтамперным характеристикам (учтена контактная разность потенциалов) для различных длин волн рассчитать энергетические спектры фотоэлектронов, определить среднюю энергию и температуру газа электронов, подобрать коэффициенты для равновесной функции распределения. На

рис. 3 приведены спектры для длин волн 230,2 и 313,0 нм соответственно.

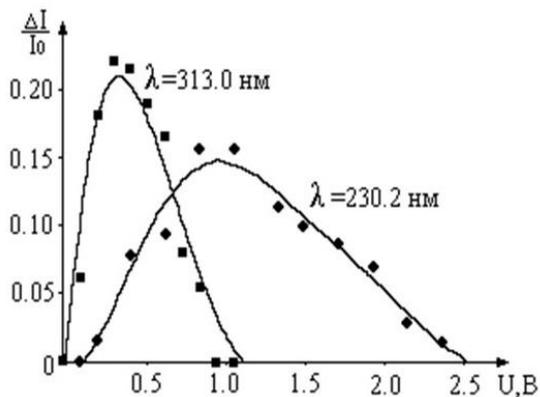


Рис. 3. Данные Лукурского и Прилежаева

Внедрение персональных компьютеров в учебный процесс открывает уникальные возможности для углубленного изучения и детальной проработки материала, приводит к необходимости разработки новых учебных дисциплин [7; 8] и форм организации занятий [2; 6; 12-15]. Это относится к подготовке студентов различных направлений [3; 5].

Экспериментальные данные, полученные в результате проведения лабораторной работы по изучению функции распределения фотоэлектронов (как, впрочем, и термоэлектронов [9]), предлагается обрабатывать при помощи математического пакета MathCAD в соответствии со следующим алгоритмом.

1. Вводим экспериментальные данные в виде двух векторов, содержащих значения токов i и соответствующие им значения квадратного корня ускоряющего (задерживающего) потенциала u .

2. Проводим сглаживание экспериментальных данных (они «зашумлены» в результате неизбежных при проведении эксперимента погрешностей). Используем функцию `supsmooth`, автоматически подбирающую наилучшие параметры сглаживания: $v := \text{supsmooth}(u, i)$. На этом этапе можно вывести на экран сглаженные (v) и не сглаженные (i) точки.

3. Находим значения вектора функции f_j , являющегося аналогом функции распределения $\Delta I/I_0$. Для этого задаем диапазон изменения j : $j := 1..rows(v) - 1$ и формулу: $f_j := (v_j - 1 - v_j)/v_0$. Полученное множество точек описывает распределение фотоэлектронов по скоростям (энергиям).

4. Находим зависимость, описывающую данное распределение, при помощи метода полиномиальной регрессии. Для этого задаем приближающую функцию, которая вводится полиномом 9 -й степени: $F(v)$.

5. Для нахождения вектора коэффициентов полинома используем функцию `linfit`, которая обеспечивает наилучшую аппроксимацию данных из векторов f и u : $s := \text{linfit}(u, f1, F)$.

6. Задаем интерполирующую функцию: $g(t1) := F(t1)S$.

7. Задаем аргумент функции: $r := 0, 0.1..$
3. Строим на одном графике значения полученной функции и приближаемых ею точек. Аналогичным образом находим аппроксимирующие функции для результатов других серий измерений (например, при иных световых потоках).

8. Проверяем соответствие полученной экспериментально кривой и теоретической кривой функции распределения Максвелла. Для этого используем формулу распределения и подбираем коэффициенты таким образом, чтобы результирующая линия лежала на минимальном расстоянии от экспериментальных точек. Используем функцию `genfit`, аргументом которой является вектор H , содержащий функцию, ее частные производные по параметрам и вектор начального приближения параметров (v_0).

9. Находим частные производные интерполирующей функции:

$$d(x, y_0, y1) := \exp(y_0 \cdot x^2) \cdot y1 \cdot x^2$$

- задание интерполирующей функции.

$$\frac{d}{dy_0} d(x, y_0, y1) \rightarrow x^4 \cdot \exp(y_0 \cdot x^2) \cdot y1$$

- производная по первому параметру.

$$\frac{d}{dy1} d(x, y_0, y1) \rightarrow x^2 \cdot \exp(y_0 \cdot x^2)$$

- производная по второму параметру.

10. Задаем вектор, содержащий функцию и значения производных по параметрам $H(x, y)$, начальные значения параметров: $v_0 := (0, 1)$.

$$H(x, y) := \begin{pmatrix} x^2 \cdot \exp(y_0 \cdot x^2) \cdot y1 \\ x^4 \cdot \exp(y_0 \cdot x^2) \cdot y1 \\ x^2 \cdot \exp(y_0 \cdot x^2) \end{pmatrix}$$

11. Вычисляем параметры функции: $U := \text{genfit}(u, f1, v_0, H)$.

12. Задаем функцию, определяющую параметры, при которых $H(x, u)$ наилучшим образом приближает значения векторов u и $f1$: $q(r) := H(r, U)0$. Выводим на один график сглаженные точки, экспериментальную (регрессионную) и теоретическую кривые (рис. 4). Из рисунка видно хорошее соответствие экспериментальных и теоретических результатов, что подтверждает максвелловский характер для функции распределения фотоэлектронов.

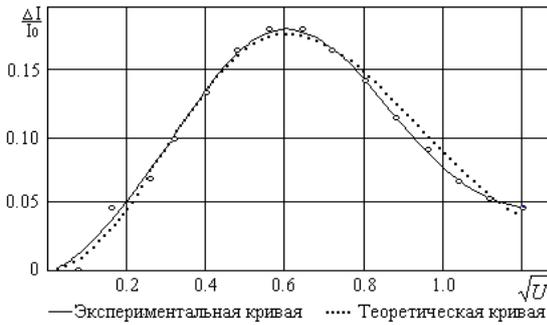


Рис. 4. Результаты обработки экспериментальных данных

Предполагается, что работа по изучению спектра фотоэлектронов является заключительной в цикле лабораторных работ по разделу «Классическая статистика идеальных газов», поэтому в качестве задания на самостоятельное изучение можно вынести детальную проработку закона распределения молекул по скоростям с использованием возможностей персонального компьютера [4; 10].

Поскольку изучение распределения Максвелла обычно заканчивается задачей типа «аналитически и графически определить долю и число молекул в m граммах определенного газа, обладающих скоростями в заданных узком и широком интервалах», следует разобрать ряд конкретных вопросов.

1. По известной формуле для функции распределения модуля скорости:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{\mu}{2\pi RT} \right) \cdot \exp\left(-\frac{\mu v^2}{2RT}\right) \cdot v^2 dv$$

получить таблицу значений $f(v)$ и построить ее масштабный график. Проследить изменение формы кривой распределения при варьировании параметров μ и T как раздельном, так и совместном. Сравнить при этом значения вероятнейших и средних скоростей молекул. На рис. 5 представлено изменение формы графика функции распределения от абсолютной температуры.

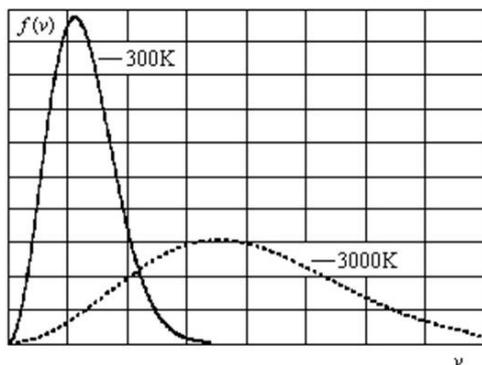


Рис. 5. Графики $f(v)$ для двух температур

2. Подставив в $f(v)$ выражение для относительной скорости, получить функцию

$f(u)$ и пронаблюдать трансформацию различных графиков $f(v)$ в один и тот же график $f(u)$. Уяснение вопроса об универсальности распределения Максвелла для относительных скоростей молекул, как правило, вызывает массу затруднений и воспринимается студентами формально.

3. Используя процедуру вычисления определенных интегралов, найти значение доли молекул и их числа в заданных интервалах скоростей. Вывести данные на график (рис. 6). Оценить и сравнить полученные результаты.

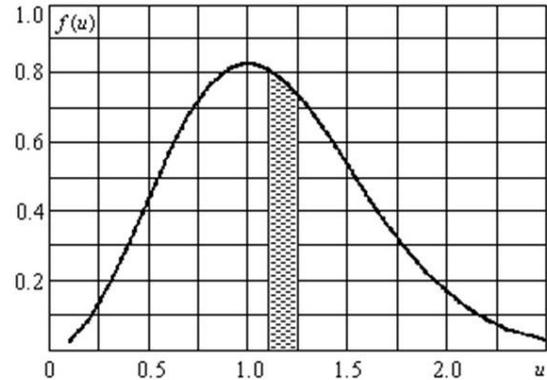


Рис. 6. Отображение доли молекул

Интересно также будет разобрать следующий вопрос. Для идеального газа функции распределения частиц по кинетическим энергиям $f(v)$ и по потенциальным энергиям во внешнем поле $f(h)$ являются независимыми. Вид распределения Максвелла остается одним и тем же на различных высотах. А как выглядит общий график функции $f(v, h)$? MathCAD позволяет построить такую параметрическую поверхность и пронаблюдать линии уровней (рис. 7). Эту задачу без компьютера решить практически невозможно.

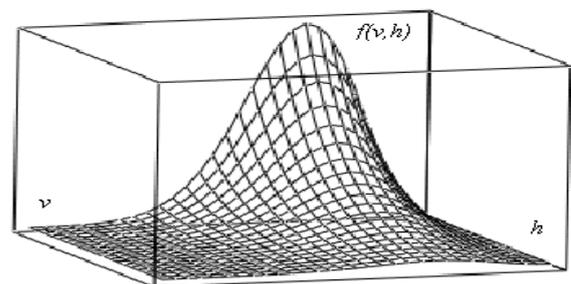


Рис. 7. Общий вид функции распределения частиц идеального газа

Таким образом, в результате проведенной работы, получения и оценки экспериментальных данных, анализа обработки результатов измерений, построения теоретических зависимостей обучаемые, безусловно, глубже поймут физический смысл и значение понятия функция распределения.

Другим ярким примером использования компьютерных инструментов при формировании представлений о вероятностном описании состояния реального объекта является возможность визуализации пространственного распределения плотности заряда электронов в поле ядра атома.

Так, в атоме водорода электрон движется вокруг ядра под действием кулоновских сил. Масса протона во много раз больше массы электрона, поэтому протон можно считать покоящимся. Стационарные состояния частицы, движущейся в центрально-симметричном поле, описываются уравнением Шредингера:

$$\nabla^2\Psi + \frac{2m_0}{\hbar^2}(W - U(r))\Psi = 0,$$

где Ψ – волновая функция, квадрат модуля которой и определяет вероятность нахождения частицы в заданной области про-

странства. Потенциальная энергия $U(r)$ есть функция расстояния частицы до центра сил.

Решением уравнения Шредингера является сферическая функция вида:

$$Y_l^m(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} e^{im\varphi} P_l^m(\cos\theta)$$

$$\text{где } P_l^m(x) = \frac{1}{2^l l!} (1-x^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^{l+m}}{dx^{l+m}} (x^2-1)^l.$$

Используя, например, тот же MathCAD, можно получить 3D-изображение распределения электронной плотности – орбиталь электрона в атоме. Графически орбиталь изображают в виде облака или поверхности, очерчивающей область, где вероятность появления электрона наибольшая. На рис. 8 представлены изображения s-, p-, d- и f-орбиталей, а на рис. 9 дается сравнение их геометрических размеров.

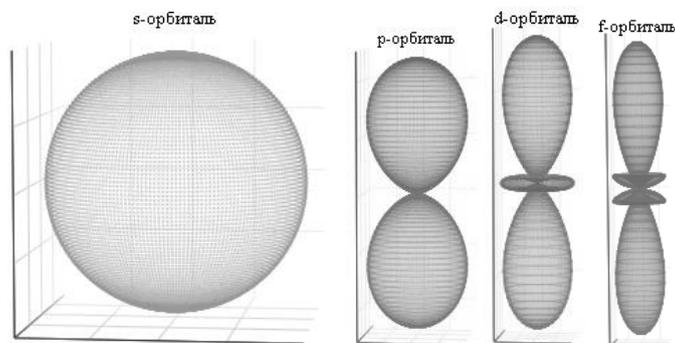


Рис. 8. Орбитали электрона в атоме водорода

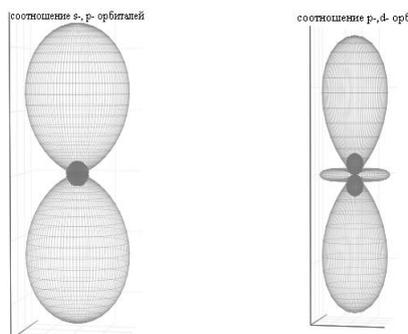


Рис. 9. Соотношение размеров s-, p- и d-орбиталей

Представленные в статье материалы, на наш взгляд, свидетельствуют о возможности и целесообразности использования компьютерных инструментов при формировании основных понятий и характеристик статистического метода описания состояния и поведения природных объектов.

В заключение, однако следует отметить, что применение вычислительной тех-

ники на этапе начального формирования представлений о каком-либо явлении или процессе вряд ли целесообразно и не может полностью заменить физического эксперимента или физическую демонстрацию. Использование компьютеров в учебном процессе должно быть четко продумано и методически обосновано.

ЛИТЕРАТУРА

1. Громов С. В. Физика 11: Молекулярная физика. Квантовая физика. М.: Просвещение, 1999.
2. Заковряшина О. В. Дидактические условия интеграции виртуального и натурального физического эксперимента // Физика в школе. 2012. № 7. С. 23-29.

3. Заяц М. Л., Попов С. Е. Технология проектного обучения основам вычислительного эксперимента студентов технических вузов // Вестник Орловского гос. ун-та. Новые гуманитарные исследования. 2011. № 2 (16). С. 135-138.
4. Заяц М. Л., Попов С. Е., Терегулов Д. Ф. Введение в Mathcad : учеб.-метод. пособие. Екатеринбург : УрГУПС, 2010.
5. Заяц М. Л., Попов С. Е., Терегулов Д. Ф. Специфика курсов компьютерного моделирования для студентов технических специальностей // Физическое образование в вузах. 2011. № 1. т. 17. С. 84-91.
6. Леонтьева Н. В. Применение ИКТ в натурном эксперименте лабораторного практикума по физике // Молодой ученый. 2013. № 6. С. 700-703.
7. Попов С. Е. Концептуальные проблемы системы подготовки учителя физики: Вычислительная физика // Физическое образование в вузах. 2005. № 3. Т. 11. С. 68-79.
8. Попов С. Е. Методическая система подготовки учителя в области вычислительной физики : монография. Нижний Тагил : НТГСПА, 2005.
9. Попов С. Е., Колесников Н. И., Фискинд Е. Э. Экспериментальное изучение функции распределения термоэлектронов // Проблемы учебного физического эксперимента. Вып. 7. Глазов – СПб. : ГГПИ, 1998. С. 67-70.
10. Попов С. Е., Прилепин В. С. О возможностях пакета MathCAD при анализе классических распределений // Проблемы учебного физического эксперимента. Вып. 10. Глазов – СПб. : ГГПИ, 2000. С. 119-122.
11. Сивухин Д. В. Атомная и ядерная физика. Ч. 1 : учеб. пособие. М. : Наука, 1986. С. 12-20.
12. Старовиков М. И., Старовикова И. В. Натурно-вычислительный эксперимент в лабораторном практикуме по физике // Открытое и дистанционное образование. 2015. № 1. С. 70-77.
13. Терегулов Д. Ф., Попов С. Е. Методика проведения занятий на основе сочетания натурального и вычислительного эксперимента // Современная высшая школа: инновационный аспект. 2015. № 4. С. 114-122.
14. Терегулов Д. Ф. Модель информационной компетентности учителя физики // Фундаментальные исследования. 2014. № 12-10. С. 2235-2239.
15. Терегулов Д. Ф., Попов С. Е. Сочетание натурального и вычислительного эксперимента в лабораторном физическом практикуме // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 1.

REFERENCES

1. Gromov S. V. Fizika 11: Molekulyarnaya fizika. Kvantovaya fizika. M. : Prosveshchenie, 1999.
2. Zakovryashina O. V. Didakticheskie usloviya integratsii virtual'nogo i natur'nogo fizicheskogo eksperimenta // Fizika v shkole. 2012. № 7. S. 23-29.
3. Zayats M. L., Popov S. E. Tekhnologiya proektnogo obucheniya osnovam vychislitel'nogo eksperimenta studentov tekhnicheskikh vuzov // Vestnik Orlovskogo gos. un-ta. Novye gumanitarnye issledovaniya. 2011. № 2 (16). S. 135-138.
4. Zayats M. L., Popov S. E., Teregulov D. F. Vvedenie v Mathcad : ucheb.-metod. posobie. Ekaterinburg : UrGUPS, 2010.
5. Zayats M. L., Popov S. E., Teregulov D. F. Spetsifika kursov komp'yuternogo modelirovaniya dlya studentov tekhnicheskikh spetsial'nostey // Fizicheskoe obrazovanie v vuzakh. 2011. № 1. т. 17. S. 84-91.
6. Leont'eva N. V. Primenenie IKT v naturnom eksperimente laboratornogo praktikuma po fizike // Molodoy uchenyy. 2013. № 6. S. 700-703.
7. Popov S. E. Kontseptual'nye problemy sistemy podgotovki uchitelya fiziki: Vychislitel'naya fizika // Fizicheskoe obrazovanie v vuzakh. 2005. № 3. Т. 11. S. 68-79.
8. Popov S. E. Metodicheskaya sistema podgotovki uchitelya v oblasti vychislitel'noy fiziki : monografiya. Nizhniy Tagil : NTGSPA, 2005.
9. Popov S. E., Kolesnikov N. I., Fiskind E. E. Eksperimental'noe izuchenie funktsii raspredeleniya termoelektronov // Problemy uchebnogo fizicheskogo eksperimenta. Vyp. 7. Glazov – SPb. : GGPI, 1998. S. 67-70.
10. Popov S. E., Prilepin V. S. O vozmozhnostyakh paketa MathCAD pri analize klassicheskikh raspredeleniy // Problemy uchebnogo fizicheskogo eksperimenta. Vyp. 10. Glazov – SPb. : GGPI, 2000. S. 119-122.
11. Sivukhin D. V. Atomnaya i yadernaya fizika. Ch. 1 : ucheb. posobie. M. : Nauka, 1986. S. 12-20.
12. Starovikov M. I., Starovikova I. V. Nатурно-вychislitel'nyy eksperiment v laboratornom praktikume po fizike // Otkrytoe i distantsionnoe obrazovanie. 2015. № 1. S. 70-77.
13. Teregulov D. F., Popov S. E. Metodika provedeniya zanyatiy na osnove sochetaniya natur'nogo i vychislitel'nogo eksperimenta // Sovremennaya vysshaya shkola: innovatsionnyy aspekt. 2015. № 4. S. 114-122.
14. Teregulov D. F. Model' informatsionnoy kompetentnosti uchitelya fiziki // Fundamental'nye issledovaniya. 2014. № 12-10. S. 2235-2239.
15. Teregulov D. F., Popov S. E. Sochetanie natur'nogo i vychislitel'nogo eksperimenta v laboratornom fizicheskom praktikume // Sovremennyye problemy nauki i obrazovaniya. 2015. № 1.

Статью рекомендует д-р пед. наук, проф. Т. Н. Шамало.