УДК 372.851
ББК Ч426.221-241 ГСНТИ 14.25.09 Код ВАК 13.00.02

Рабаданов Рамазан Рустамович,
старший преподаватель кафедры теории обучения и технологии начального математического образования ФНК, Дагестанский государственный педагогический университет; 367003, Республика Дагестан, г. Махачкала, ул. М. Ярагского, 57; e-mail: rabazan52@yandex.ru.

ПРИЕМ МОДЕЛИРОВАНИЯ КАК СРЕДСТВО РЕАЛИЗАЦИИ ПРЕЕМСТВЕННОСТИ В РЕШЕНИИ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: универсальные учебные действия; моделирование как прием реализации преемственности; текстовые задачи; схема; чертеж.

АННОТАЦИЯ. В статье рассматриваются различные приемы моделирования, направленные на реализацию принципа преемственности в процессе решения текстовых задач в 1–6-х классах. Применение приема моделирования в процессе решения задач позволяет адаптировать учебную информацию в доступные для учащихся формы и служит средством реализации преемственности в обучении математике, вызывает интерес к математике. Применение различных элементов моделирования в решении различных видов текстовых задач, таких как краткие записи, применение отрезков в схемах, прямоугольника в чертежах, графиков движения, куба в нахождении объемов тел открывают путь к решению задач некоторых видов.

Rabadanov Ramazan Rustamovich,
Senior Lecturer of Department of Theory of Education and Technology of Primary Mathematical Education, Dagrstan State Pedagogical University, Makhachkala, Russia.

MODELING TECHNIQUE AS A TOOL OF REALIZATION OF CONTINUITY IN SOLVING WORD PROBLEMS

KEYWORDS: universal learning activities; modeling as a method of realization of continuity; word problems; scheme; drawing.

ABSTRACT. The paper discusses various modeling techniques, aimed at implementing the principle of continuity in the process of solving word problems in forms 1 - 6. Application of modeling techniques in the process of problem solving allows adapting educational information in forms easily understood by pupils, serves a means of realization of continuity in teaching of mathematics, and motivates pupils to study mathematics. The use of various modeling elements in solving different kinds of word problems, such as brief notes, application of segments in schemes, of rectangle in figures, of movement schedules, and of cube to find the volume of bodies pave the way to solving certain kinds of problems.

Заслуживает внимание, на наш взгляд, рассмотреть задачу формирования моделирующей деятельности младших школьников как основы их продуктивной мыслительной деятельности на материале текстовых арифметических задач, составлением различных вспомогательных моделей как средства реализации принципа преемственности при обучении математике младших школьников и пробуждения интереса к математике, а материал статьи может быть использован учителями начальных классов для моделирования при решении текстовых задач.

Постановка учебной задачи составляет мотивационно-ориентировочное звено – первое звено учебной деятельности. Вторым (центральным) звеном является исполнительское, оно включает в себя ряд учебных действий по решению задачи, в том числе моделирование выделенного отношения предметной, графической, схематической и буквенной формы или в числовом выражении.

Поскольку моделирование как метод обучения стало осознаваться сравнительно недавно, научное понятие модели и моделирования еще недостаточно проникло в методику преподавания математики в школе.

Многие учащиеся слабо представляют себе функциональную зависимость между величинами, входящими в задачу, не умеют выражать эту зависимость в символах и потому плохо переводят словесные тексты на абстрактный язык математики.

Некоторые учащиеся не понимают, что значит решить задачу, и потому дают неполное решение задачи, пишут в ответе корень уравнения, не являющийся решением задачи.

Несмотря на большое количество исследований в этой области умения учащихся 1–6-х классов решать текстовые задачи остается на низком уровне.

Как показывают анализ научно-методической литературы и практика обучения, как показывают результаты ОГЭ (ГИА), ЕГЭ, это, в частности, связано с недостаточной разработанностью реализации преемственности при обучении учащихся 1–6 классов решению текстовых задач. Это и обуславливает актуальность исследования.

Поэтому мы выбрали для рассмотрения один из видов познавательных УУД – моделирование и хотим показать, в частности, роль моделирования в реализации принципа преемственности в побуждении и поддержании интереса к математике при решении текстовых задач, таких как: на нахождение неизвестных по известным их суммам, на движение, на совместную работу и др.

При изучении математики, в частности арифметических действий, учащиеся начальной школы учатся складывать и отнимать отрезки, находить периметр и площадь прямоугольника, объем куба и это все делает удобным в применении их при решении текстовых задач.

Покажем на конкретных примерах, как при решении задач можно направить учащихся на верный путь размышлений, поддержать интерес, стремление к достижению конечного результата. (В скобках указаны классы, для которых доступны приведенные способы решения задач).

При решении текстовых задач часто краткие записи дают недостаточно информации, а схемы с отрезками дополняют этот пробел.

Задача 1. Реши задачу, составив к ней уравнение:

Пояс с пряжкой стоит 6800 р. Пояс дороже пряжки на 6000 р. Сколько стоит пряжка?

Решение. Образовательная практика показывает, что многие учителя рекомендуют делать краткую запись условия задачи в таком виде (Рис. 1):

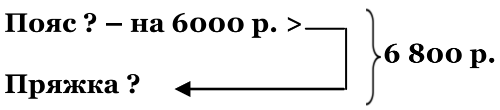

Рис. 1. Схема-рисунок условия задачи

Запись условия задачи в таком виде не соответствует адекватному восприятию учащимися задачной ситуации и не способствует созданию образа, необходимого для фиксации связей между величинами. Такой способ представления информации может привести к случайной манипуляции с числовыми данными в процессе решения задачи.

Следовательно, необходим выбор такого способа отражения задачной ситуации, который бы наглядно показывал не только скрытые зависимости между величинами, но и побуждал учащихся активно мыслить и искать наиболее рациональные пути решения задачи. В нашем случае задачную ситуацию следует представить в виде схемы с прямоугольниками (Рис. 2).

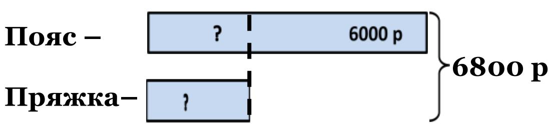

Рис. 2. Схема-рисунок условия задачи

По схеме видно, что если от общего количества денег вычесть 6000 р., то получится удвоенное количество денег, которую заплатили за пряжку. Следовательно, пряжка стоит: (6800–6000): 2 = 400 (р). Или, добавив к общей сумме 6000 р., мы получим удвоенное количество денег, которых заплатили за пояс. То есть, пояс стоит: (6800 + 6000): 2= 6400 (р).

Данная схема позволяет легко перейти и к алгебраическому способу решения. Для этого необходимо ввести переменную, выразить через нее неизвестные величины и составить модель задачной ситуации. Поскольку за пояс и пряжку заплатили вместе, то образ модели будет выглядеть так:

П (*р*) + Пр (*р*) = 6800 (*р*). Схема подсказывает, как вводить переменную. Очевидно, что: x (*р*) стоит пряжка и (x + 6000) (*р*) стоит пояс.

Составим уравнение: $(x + 6000) + x = 6800$. Решение данного уравнения не представляет трудностей для учащихся 5-х классов.

По аналогии арифметическим способам ученики находят различные виды уравнений: $2 \cdot (x + 6000) = 6800 + 6000$ и $(6800 - 6000) = 2 \cdot x$.

Составление различных видов уравнений вызывает интерес к поиску различных способов решения задачи.

Покажем на конкретных примерах, как при решении задач можно направить учащихся на верный путь размышлений, поддержать интерес, стремление к достижению конечного результата, применяя моделирование условия задачи с помощью отрезков.

Задача 2. Ложка и вилка вместе весят 95 г, вилка и ножик – 105 г, ножик и открывалка – 100 г, открывалка и розетка – 75 г, розетка и ложка – 85 г. Сколько весит ложка?

Решение. Изобразим условие задачи с помощью отрезков (Рис. 3).
Такой вид моделирования условия задачи с помощью отрезков дает наглядное представление о связях неизвестных и данных.

Рис. 3

Задачи такого содержания встречаются в курсе математики 3–6-х классов и формулировка задачи может вызвать интерес у учащихся, но они затрудняются найти ее решение, поскольку сразу перевести условие задачи на математический язык – язык символов, им сложно. Поэтому учитель дает подсказку (Рис. 3), чтобы обозначили названия овощей первыми буквами их названий: ложка – **л**, вилка – **в**, ножик – **н**, открывалка – **о**, розетка – **р**.

Далее учащиеся решают задачу, следуя указаниям учителя (один ученик работает у доски, а остальные выполняют необходимые записи в тетрадях; все действия комментируются) (См. Табл. 1).

Таблица 1

Указания учителя	Решение (действия учащихся)
1.Запишите равенства по условию задачи, не указывая единиц измерения массы (кг)	**л** + **в** = 95 (1) **в** + **н** = 105 (2) **н** + **о** = 100 (3) **о** + **р** = 75 (4) **р** + **л** = 85 (5)
2.Сложите почленно полученные равенства (1) – (5), учитывая, что названия повторяются дважды	2 **л** + 2 **в** + 2 **н** + 2 **о** + 2 **р** = 95 + 105 + 100 + 75 + 85 = 460
3.Примените в левой части полученного равенства распределительный закон умножения, а в правой части найдите сумму	2(**л** + **в** + **н** + **о** + **р**) = 460 **л** + **в** + **н** + **о** + **р** = 230 (6)
4.Сложите почленно равенства (2) и (4)	**в** + **н** + **о** + **р** = 105 + 75, **в** + **н** + **о** + **р** = 180 (7)
5.Вычтите почленно из равенства (6) равенство (7)	**л** + **в** + **н** + **о** + **р** – (**в** + **н** + **о** + **р**) = 230 – 180, **л** = 50

В курсе математики тема «Текстовые задачи» некоторым детям дается с большим трудом, но в то же время у некоторой части учащихся вызывает большой интерес.

Применение в решении текстовых задач прямоугольника отражает отношения между величинами, открывает путь к решению и вызывает интерес учащихся, дети стараются решать задачи различными способами, указывать какие действия нужно совершить с теми или иными величинами, чтобы получить ответ на поставленный вопрос.

Для решения задач на равномерное движение можно использовать очень простую и понятную детям модель – прямоугольник. Ведь длины его сторон и площадь находятся в тех же отношениях, что и скорость, время и расстояние, в частности, в таком же соотношении находятся цена, количество и стоимость, а также задачи на работу (время *(t)*, производительность труда *(q)*, объем работы *(P)*) **:**

$S = a \cdot в, S = t \cdot v, C = ц \cdot к , P = q \cdot t$.

Также эта модель пойдет и для других видов задач, где величины связаны прямой и обратной пропорциональностью.

Рассмотрим задачу из курса 4-го класса в качестве примера.

Задача 3. Из двух городов, расстояние между которыми 300 км одновременно выехали мотоциклист и автомобилист в одном направлении. Мотоциклист едет со скоростью 90 км/ч, а автомобилист со скоростью 60 км/ч. Через сколько часов мотоциклист догонит автомобилиста?

Решение. Для наглядного изображения модели задачи нам понадобятся два прямоугольника. На одном прямоугольнике (АКМВ) будут отражены величины, характеризующие процесс движения автомобилиста, а на другом (АДСВ) – процесс движения мотоциклиста.

Так как время движения мотоциклиста и автомобилиста одинаково, то одна из сторон первого прямоугольника на котором отражены величины, характеризующие процесс движения мотоциклиста равна стороне второго прямоугольника, изображающего процесс движения автомобилиста. Сторона АВ общая и обозначает время движения.

Также отметим, что то расстояние, которое указано в задаче (300 км), обозначает не что иное, как разность расстояний, пройденных автомобилистом и мотоциклистом. Это будет означать, что нам нужно сравнить площади прямоугольников АДСВ и АКМВ, поэтому удобнее всего изобразить их с одной общей стороной (АВ) и наложенными друг на друга так, как на рисунке 4.

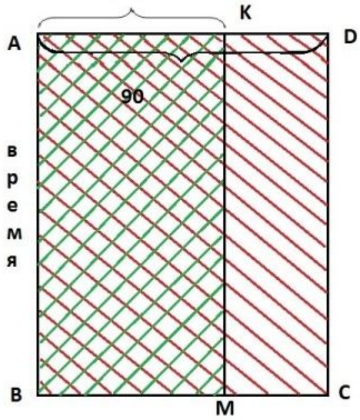

Рис. 4

Разность площадей будет равна площади прямоугольника KDCM (расстояние 300 км). Из чертежа мы видим, что единственное первое действие, которое здесь логично сделать, это найти длину отрезка KD как разность отрезков AD и AK:

1) 90 – 60 = 30 км/ч

Теперь мы знаем одну из сторон прямоугольника KDCM и его площадь, а значит, сумеем найти и вторую сторону, длина которой и будет обозначать количество часов до встречи:

2) 300 : 30 = 10 часов. *Ответ:* через 10 часов.

Задача 4. Фермер разводит страусов и коров, всего 150 голов и 522 ног. Сколько страусов и коров в отдельности у фермера?

Решение. 1 способ. Пусть все страусы у фермера (Рис. 5, а)). 1) 2 · 150 = 300 ног всего (площадь прямоугольника ABCD). 2) 522 – 300 = 222 ног, недостающих за счет коров (площадь прямоугольника DOKM). 3) 4 – 2 = 2 ноги больше у коровы, чем страуса (длина стороны MD равна 2, как разность сторон AM и AD). 4) 222 : 2 = 111 коров у фермера (длина стороны DO прямоугольника DOKM). 5) 150 – 111 = 39 страусов (длина стороны NB, как разность сторон AB и AN прямоугольника ABCD).

2 способ. Пусть все коровы у фермера (Рис. 5, б)). 1) 4 · 150 = 600 число ног всех коров равна площади прямоугольника ABEM. 2) 600 – 522 = 78 (площадь прямоугольника OCEK). 3) 4 – 2 = 2 ноги (длина стороны EC = AM – BC). 4) 78 : 2 = 39 страусов (длина стороны OC = KE = BN). 5) 150 – 39 = 111 коров (длина отрезка AN, как разность сторон AB и NB).

На рис. 5, в) показано интерпретация правильности решения задачи, то есть сколько голов и ног коров и страусов у фермера.

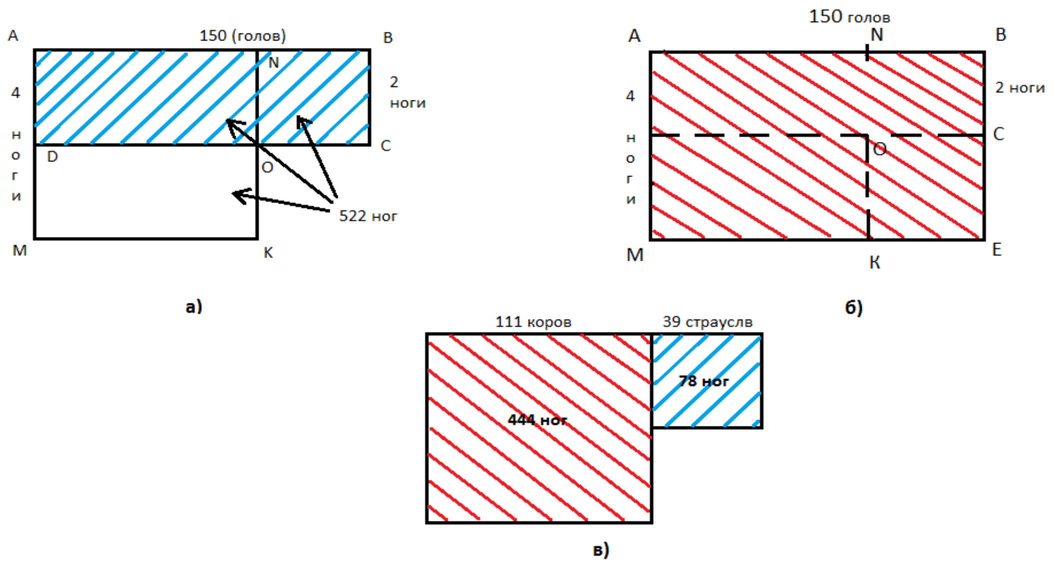

Рис. 5

В условиях демократизации общества, введения стандарта 2-го поколения, появления новых типов школ, вариативности программ обучения возникает необходимость совершенствования содержания математического образования на каждой ступени обучения, обеспечения преемственности между ними. При этом особую остроту приобретает проблема преемственности между начальным и средним звеньями обучения, и в частности, пропедевтическим и систематическим курсами.

Процесс обучения решению задач для обеспечения преемственности будет эффективным, если в систему упражнений включить задания, направленные на реализацию различных аспектов алгебраической линии, упражнения, ориентированные на пропедевтику элементов алгебры в процессе изучения числовой линии; упражнения, способствующие формированию приемов преобразований числовых и буквенных выражений; упражнения направленные на пропедевтику в изучении линии уравнений.

С учетом требований и положений к отбору содержания, обеспечивающих совершенствование преемственности в обучении алгебраическому материалу, их проверки в опытно-экспериментальном обучении в 1–6-х классах, нами рассмотрена система задач, включающие элементы алгебры, на составление простейших уравнений.

Графическое моделирование позволяет обнаружить и внедрить элементы алгебраической пропедевтики в начальных классах при изучении умножения и деления чисел, школьники учатся более глубже знакомиться с буквенными выражениями и манипулировать в составлении различных записей буквенных выражений, пользуясь зависимостью между компонентами и результатом действий в решении уравнений.

Мы считаем, что проверить правильность решения поможет графическая модель задачи. Такую модель можно использовать и для проведения исследования: она помогает выявить условия, при которых задача имеет (или не имеет) решение, найти число решений, выяснить, как изменяется значение искомой величины в зависимости от изменения данных величин и т.д.

В итоге каждый ученик имеет возможность выбрать тот способ решения задачи, который ему более понятен.

На разных стадиях обучения целесообразно использовать разные математические модели, предоставляя учащимся возможность их выбора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аргинская И. И., Ивановская Е. И., Кормишина С. Н. Математика 4 класс. Часть 2. М. : Учебная литература, 2009.

LITERATURA

1. Arginskaya I. I., Ivanovskaya E. I., Kormishina S. N. Matematika 4 klass. Chast' 2. M. : Uchebnaya literatura, 2009.