

Г. П. Калинина, В. П. Ручкина
Екатеринбург, Россия

G. P. Kalinina, V. P. Ruchkina
Ekaterinburg, Russia

РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ РЕЧИ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL SPEECH IN PRIMARY SCHOOL

Аннотация. Культура математической речи является составной частью общей культуры человека. Хорошо развитая речь обеспечивает осознанное освоение содержания курса математики учащимися начальных классов, формирование коммуникативных учебных действий, достижение предметных, метапредметных и личностных результатов обучения. Анализ педагогической практики свидетельствует о низком уровне развития математической речи младших школьников.

Недостатки в развитии математической речи учащихся начальной школы являются следствием недостаточной теоретической и методической разработанности многих аспектов этого вопроса. Поэтому представляется перспективным поиск средств совершенствования формирования математической речи.

В современной литературе существует несколько подходов к изучению математического языка: семантический и синтаксический. Сочетание этих подходов к построению и изучению математической речи означает, что грамматические правила литературного языка, конструкции из математических и логических терминов должны получить семантическое толкование и в тех случаях, когда они формулируются как синтаксические.

Семантические и синтаксические отношения необходимо рассматривать совместно с учебной деятельностью. В качестве психологической основы усвоения математической речи может вы-

Abstract. The culture of mathematical speech is an integral part of the human culture. If well developed, it provides conscious acquisition of the mathematics course content by primary school pupils, formation of communicative learning actions, achievement of subject, metasubject and personal learning outcomes. Analysis of teaching practice indicates a low level of development of mathematical speech of junior schoolchildren.

Deficiencies in the development of mathematical speech of primary school pupils are the result of a lack of theoretical and methodological elaboration of many aspects of this issue. It therefore seems a promising task to search for means of improving the formation of mathematical speech skills and habits.

In modern literature, there are several approaches to the study of mathematical language: the semantic approach and the syntactic one. The combination of these approaches to the construction and study of mathematical speech means that the grammatical rules of literary language, constructions of mathematical and logical terms should get a semantic interpretation also in those cases when they are formulated as syntactical.

Semantic and syntactic relations should be considered in conjunction with educational activity. The theory of speech activity can serve as a psychological basis of mastering mathematical speech.

Semantic skills are based on the action of semanticization of language units, consisting in the correlation of the sign

ступать теория деятельности. Семантические умения основываются на действии семантизации языковых единиц, состоящем в соотношении знака и его значения в мышлении. Синтаксические умения основываются на правилах построения и преобразования языковых единиц.

На основе анализа строения математического языка, кроме вышеназванных умений, выявлены умения знакового моделирования, интерпретации формальных математических выражений. В обучении математике младших школьников используется как естественный, так и специальный язык — математический. Именно в начальной школе учащиеся впервые знакомятся с искусственным языком математики. Работу по развитию математической речи можно вести двумя путями: через подражание речи учителя и через целенаправленное обучение. Если учитель будет целенаправленно заботиться об освоении учащимися понятийного аппарата математики, то речь станет средством развития умственной деятельности и основой для формирования коммуникативных учебных действий.

Ключевые слова: речь; речевая деятельность; математическая речь; приемы развития математической речи; начальная школа.

Сведения об авторе: Калинина Галина Павловна, кандидат педагогических наук, профессор.

Место работы: кафедра теории и методики обучения математике и информатике в период детства Института педагогики и психологии детства Уральского государственного педагогического университета.

Контактная информация: 620017, г. Екатеринбург, пр-т Космонавтов, д. 26.

E-mail: kalininagp@yandex.ru.

Сведения об авторе: Ручкина Валентина Павловна, кандидат педагогических наук, доцент.

with its meaning in thinking. Syntactic skills are based on the rules of construction and transformation of language units.

Skills of sign modeling and interpretation of formal mathematical expressions based on the analysis of the structure of mathematical language have been revealed in addition to the above mentioned skills. Teaching mathematics to junior schoolchildren uses both natural and special language — the language of Mathematics. It is at the primary school that the pupils meet the first artificial language of mathematics. Work on the development of mathematical speech can be carried out in two ways: through imitating the teacher and through purposeful training. If the teacher would deliberately pay attention to the development of pupils' conceptual apparatus of mathematics, speech would be a means of mental activity development and a basis for the formation of communicative learning actions.

Keywords: speech, speech activity, mathematical speech, techniques of mathematical speech development, primary school.

About the author: Kalinina Galina Pavlovna, Candidate of Pedagogy, Professor.

Place of employment: Department of Theory and Methods of Teaching Mathematics and Informatics in the Period of Childhood, Institute of Pedagogy and Psychology of Childhood, Ural State Pedagogical University.

About the author: Ruchkina Valentina Pavlovna, Candidate of Pedagogy, Associate Professor.

Место работы: кафедра теории и методики обучения математике и информатике в период детства Института педагогики и психологии детства Уральского государственного педагогического университета.

Контактная информация: 620017, г. Екатеринбург, пр-т Космонавтов, д. 26.

E-mail: vpruchkina@mail.ru.

В проблематике общего развития младших школьников особое место занимают вопросы, связанные с развитием речи ребенка. Как математические объекты являются неотъемлемой частью существующей действительности, так и культура математической речи есть составная часть общей культуры человека. Математика, как, впрочем, и другие предметные области, вносит определенный вклад в развитие речи школьника. Хорошо развитая речь обеспечивает осознанное освоение предметного содержания курса математики учащимися начальных классов, формирование коммуникативных учебных действий, достижение предметных, метапредметных и личностных результатов обучения.

Анализ педагогической практики свидетельствует о низком уровне развития математической речи младших школьников. Это проявляется в том, что учащиеся испытывают затруднения в ряде учебных ситуаций, например, когда необходимо:

- обосновать правильность своего ответа или свою точку зрения;

Place of employment: Department of Theory and Methods of Teaching Mathematics and Informatics in the Period of Childhood, Institute of Pedagogy and Psychology of Childhood, Ural State Pedagogical University.

- без посторонней помощи понять, а значит, и полностью выполнить учебное задание;
- сформулировать учебную проблему, выдвинуть предположение или гипотезу;
- сделать обобщение, вывод и т. д.

Недостатки в развитии математической речи учащихся начальной школы в значительной степени являются следствием недостаточной теоретической и практико-ориентированной методической разработанности многих аспектов в решении этого вопроса. В этих условиях представляется перспективным поиск средств совершенствования формирования математической речи.

Анализ литературы по данной проблеме свидетельствует о необходимости акцентировать следующие моменты. Язык, в том числе и математический, определяется как система вербальных знаков, относительно независимая от индивида, служащая для целей коммуникации, формирования и формулирования мыслей, закрепления и передачи структуры общества, исторического опыта. Речь же — это язык в действии, это всегда конкретный процесс использования языковых

знаков; это специфически человеческий способ формирования мыслей с помощью языковых средств. К таким средствам относятся математические термины, символы, схемы, графики, диаграммы и т. д. Таким образом, под математической речью понимается совокупность всех речевых средств, с помощью которых можно выразить математическое содержание.

В современной литературе существует несколько подходов к изучению математического языка: семантический и синтаксический [1].

Семантика изучает знаки, выражения языка с точки зрения их смыслового значения, определяет смысловое значение каждого математического знака. Синтаксис изучает правильность построения языковых выражений по отношению к их смысловому значению. Синтаксис в математической речи устанавливает правила использования математических знаков в выражениях, равенствах, неравенствах, других предложениях математического языка.

Сочетание двух этих подходов к построению и изучению математической речи означает, что грамматические правила этого языка, конструкции из математических и логических терминов должны получить семантическое толкование, в том числе и в тех случаях, когда они формулируются как синтаксические.

Семантические и синтаксические отношения, образуемые посредством математической речи, необходимо рассматривать совместно с деятельностью по их усвое-

нию. В качестве психологической основы усвоения математической речи может выступать теория деятельности, разработанная в отечественной психологии С. Л. Рубинштейном [11], А. Н. Леонтьевым [8], В. В. Давыдовым [4], Д. Б. Элькониним [15], Н. А. Менчинской [9] и др. Эта теория утверждает, что любая деятельность складывается из действий, а действия — из операций. Способность осуществлять действие называют умением, а способность автоматически осуществлять операцию — навыком. Соответственно речевой навык — это речевая операция, доведенная до автоматизма; речевое умение — способность применять приобретенные знания и навыки в различных ситуациях общения.

В обучении математике младших школьников используется как естественный, разговорный, так и специальный язык науки математики — математический. Изучение математического языка, знакомство с его компонентами — неотъемлемая часть начального обучения математике. Именно в начальной школе учащиеся впервые знакомятся с искусственным языком математики. Поэтому работе с его знаками следует уделять особое внимание.

На основе анализа строения математического языка, особенностей знаковой деятельности в научном познании, логико-познавательных процессов применения математического языка в различных ситуациях В. А. Дрозд [5] выявляет следующие умения, которые обеспечивают усвоение математической

речи: семантические, синтаксические, знакового моделирования, интерпретации формальных математических выражений.

Семантические умения основываются на действии семантизации языковых единиц, состоящем в соотношении знака и его значения в мышлении. Умение семантизации включает в себя все действия, характеризующие процесс усвоения понятий:

- узнавание математических объектов по их терминам или символам среди других объектов или изображений, выделение существенных признаков и воспроизведение понятий, оценка соответствия словесного и символического выражения предметно-материальной или материальной ситуации;

- подведение математического объекта под понятие, отрицание понятий, нахождение взаимосвязей между ними;

- воспроизведение объектных ситуаций, характерных для математической действительности, в словесно-символической форме, мысленное оперирование математическими терминами и символами.

Синтаксические умения основываются на правилах построения и преобразования языковых единиц. Строение символических математических выражений изучается на основе их сравнения с предложениями естественного языка и выражается в умениях:

- чтения и записи математических выражений;

- преобразования выражений в соответствии с установленными в математике правилами.

Действия знакового моделирования опираются на семантические и синтаксические умения. Операционный состав умения моделировать включает действия по выявлению объектов задачи, связей между объектами, связей между связями.

Основными компонентами операционного состава умения интерпретировать формальные математические выражения являются:

- выделение объективной области с учетом соответствия между объектами и элементарными символами;

- выявление особенностей заданной синтаксической структуры;

- установление связей между объектами, удовлетворяющих заданной синтаксической структуре.

Таким образом, анализ умений, которые обеспечивают развитие математической речи, свидетельствует о том, что основное внимание в начальном обучении математике необходимо сосредоточить:

- на понимании младшими школьниками смысла математических понятий;

- формировании умений устанавливать семантические отношения между понятиями, терминами, символами, переводить жизненные ситуации на язык математики и представлять эту ситуацию в различных математических моделях.

Не менее полезно выполнять и обратную операцию — интерпретировать информацию, заданную на языке математики, на обычном языке.

Заметим, что в младшем школьном возрасте речевое разви-

тие детей преимущественно осуществляется двумя путями: через подражание речи окружающих, в первую очередь речи учителя, и посредством целенаправленного обучения. Формирование связной речи путем подражания особенно эффективно на начальном этапе изучения предмета, поскольку младшие школьники еще обладают особыми способностями к «впитыванию» образцов речи и в то же время у них уже сформирована готовность к овладению различными структурами математической речи.

В связи с этим уместно отметить, что речь учителя младших классов — это не только главный инструмент профессиональной деятельности, не только форма обучения учебному предмету, это одновременно и средство, и прием обучения. Именно в младших классах учитель впервые должен дать основы знаний о языке как средстве общения и средстве познания, рассказать о законах его функционирования (пусть на самом простом, доступном пониманию младших школьников уровне), сформулировать главные требования к речи вообще и математической речи в частности.

Целенаправленное обучение предполагает обеспечение по меньшей мере следующих условий:

- создания положительной мотивации к освоению математической речи;
- применения системы специальных упражнений, инициирующих процесс формирования и развития математической речи;

- организации обучения, при котором ученик постоянно вовлекается в активную речевую деятельность, в процесс самостоятельного поиска знаний и употребления математической речи.

Одним из начальных этапов является создание положительной мотивации к обучению математической речи. С этой целью вводятся элементарные сведения: для чего нужна речь обычная разговорная и математическая, что такое высказывание, каким оно бывает (виды высказываний), как строится высказывание, вывод, сообщение. Особую роль при этом играют те задания, которые развивают в детях критическое восприятие своей и чужой речи, а также чувство коммуникативной целесообразности. Дальнейшая работа представляет собой обучение:

- воспроизведению в устной речи учебной задачи любого задания, плана его выполнения, хода рассуждений, поясняющих процесс и результат выполняемого задания;
- построению индуктивных и дедуктивных высказываний в процессе обоснования своих высказываний;
- оперированию логическими связками «не», «и», «или» и логическими словами «некоторый», «каждый», «любой».

Для организации активной речевой деятельности учащихся полезно предусмотреть систему специальных упражнений, в процессе которых учитель должен:

- помогать детям осмыслить их речевую практику и на этой основе

учить овладевать умением общаться, договариваться;

– создавать ситуацию речевого общения в классе, моделирующую реальное устное общение (работа в парах, в группе);

– побуждать учащихся высказывать свое отношение к тому или иному факту, событию, явлению;

– добиваться использования усвоенного речевого материала;

– направлять внимание школьников на содержание высказываний;

– предусматривать формирование различных видов связной речи: описания, рассуждения, доказательства, обоснования, пояснения, планирования, обобщения;

– проводить систематическую работу над усвоением норм математической речи, предусматривающую реализацию следующих направлений:

- работу над словом (лексический уровень);
- работу над словосочетанием и предложением (синтаксический уровень);
- работу над связной речью — логическое построение высказываний (уровень текста).

Приведем ряд конкретных методических приемов, нацеленных на развитие математической речи.

Одним из важных условий становления грамотной математической речи учащихся является «язык» учебников. Он, бесспорно, должен быть образцом логического совершенства, поскольку свои первые шаги в освоении математической терминологии ученик делает, подражая учебным текстам и копи-

руя их. Анализ учебников математики для начальных классов показывает, что для многих из них характерна языковая и логическая небрежность. Следует отметить, что новое поколение учебников частично преодолевают вышеназванные недостатки. Мысль учеников выражается в речи, значит, нужна систематическая работа педагога по усвоению учащимися языковых средств, которые будут оказывать влияние и на развитие мышления. Самым распространенным и эффективным приемом может быть побуждение учащихся к тому, чтобы они давали полное правильное пояснение к производимым действиям. Например, объяснение у доски, «с места», «за товарищем» нашли широкое применение у учителей при отработке алгоритма рассуждений, плана выполнения учебной задачи. Корректировку ответов следует проводить с помощью постановки дополнительных вопросов, привлечения учащихся к исправлению, дополнению, уточняющей перефразировке рассуждений при решении проблемной задачи.

Учитель много усилий затрачивает на то, чтобы обеспечить образность, выразительность и эмоциональность языкового богатства учащихся. Совершенствование же речи учащихся в смысле ее логичности, последовательности и точности не всегда оказывается в центре внимания учителя. Это, в частности, объясняется отсутствием соответствующих упражнений в учебниках, недостаточной разра-

боткой этих вопросов в методических пособиях.

При составлении заданий для развития математической речи важно предусмотреть конкретную цель каждого речевого упражнения. Виды заданий должны быть разнообразными, доступными возрасту обучающихся. Приведем примеры.

Задание 1. Придумайте к словосочетанию «значение суммы» как можно больше пояснений.

Получим:

- результат действия сложения;
- число, которое получается в результате сложения двух или нескольких чисел;
- число, которое больше каждого из слагаемых или равно одному из них, если одно из слагаемых равно нулю;
- число, из которого можно вычесть одно из слагаемых и получить другое слагаемое;
- число, которое не изменяется, если переставить слагаемые местами, и т. д.

Задание 2. Конструирование математических предложений. Предложить детям слова, которые они должны включить в предложение или, используя данные слова, сформулировать известное правило.

Например, нужно составить определение, используя слова: «выражения», «равенство», «соединенные», «два», «знаком», «это».

Задание 3. Составление текстов задач по любой из возможных моделей задачи: схеме, чертежу, выражению, краткой записи и т. д.

Например, можно попросить составить задачу по чертежу.

Задание 4. Составление математических заданий по данным характеристикам. Обязательным требованием при этом должно быть объяснение хода рассуждений и доказательство их правильности.

Например, даны числа 16, 4, 20. Задания: составь задачу в одно действие; в два действия; с вопросом «на сколько?»; составь, используя данные числа, три верных равенства; составное уравнение и т. д.

Задание 5. Прочитай слова и поставь ударение: «километр, миллиметр, вычислить, сложить, наименование».

Задание 6. Объясни значение математических терминов: «выражение», «вычислительное упражнение», «неравенство», «равенство», «уменьшаемое», «вычитаемое», «составная задача».

Задание 7. Исправь ошибки в математических терминах: «раздилеть», «слажение», «вычисть».

Задание 8. Вставь слова или словосочетания так, чтобы получилось верное высказывание: «От ... слагаемых значение суммы не изменится»; «Чтобы к числу прибавить сумму, можно...»

Задание 9. Найди неточности в пояснениях.

А. Объясняя вычисления в выражении $(5 + 4)$, Коля ответил так: «При прибавлении к цифре 5 числа 4 получится 9». Какие речевые ошибки допустил Коля?

Б. Выполнив действие $(18 + 2 = 20)$, Наташа ответила: «У меня получилось 20, я сосчитала правильно». Можно ли ее ответ считать полным и правильным?

Особое место в математическом образовании имеют дедуктивные и индуктивные высказывания. Научить детей правильно строить и использовать эти высказывания — одна из основных задач учителя, а умение строить такие высказывания есть показатель осознанного и глубокого понимания математического содержания. Кроме того, умение учащихся строить дедуктивные и индуктивные высказывания является неотъемлемой частью логической составляющей математического образования.

Термины «дедукция» и «индукция» могут использоваться в нескольких значениях: метод доказательства, метод изложения материала в учебнике, метод обучения, форма умозаключения. Термин «индукция» (от латинского «наведение, побуждение») имеет следующие значения:

- вид умозаключения, при котором из двух или нескольких единичных или частных суждений получают новое общее суждение — вывод;
- метод исследования, при котором, желая изучить некоторое множество объектов (явлений), изучают отдельные объекты (обстоятельства), устанавливая в них те свойства, которые присущи всему рассматриваемому множеству объектов;
- форма изложения материала в литературном источнике, беседе, когда от частных утверждений переходят к общим заключениям и выводам. Методы и приемы обучения младших школьников на этапе усвоения новых знаний и большин-

стве случаев связаны с индуктивными рассуждениями. Уже сам перевод слова «говорит» о дидактических возможностях данного метода: выводы, получаемые индуктивным путем, связаны с наблюдением, анализом, сравнением, с выявлением общих закономерностей и их последующим обобщением.

В данном случае наблюдается тесная взаимосвязь между методом обучения и методом познания, в частности, методом неполной индукции. Суть этого метода познания заключается в том, что, рассматривая различные частные случаи, мы подмечаем ту или иную закономерность, которая позволяет сделать обобщенный вывод. При этом необходимо учитывать, что в большинстве случаев невозможно исчерпать все частные случаи, поэтому умозаключение, построенное с помощью неполной индукции, не относится к способам строгого математического доказательства.

С методической точки зрения метод неполной индукции имеет целый ряд достоинств: развитие логических приемов мышления (анализ, синтез, сравнение, обобщение), активизация познавательной деятельности учащихся, радость открытия, знакомство с одним из методов познания, используемых в науке. Обучая индуктивным суждениям, следует предлагать задания, направленные на развитие наблюдательности, которая тесно связана с приемами анализа, синтеза, сравнения, обобщения.

1, получится 3, потому что 3 — число, непосредственно следующее за числом 2».

Задание 1. Сравните числа 5 и 8. Ход дедуктивного рассуждения: «Если одно число при счете называют раньше другого, то это число меньше другого. При счете число 5 называют раньше 8, значит, $5 < 8$ ».

Задание 2. Решите задачу, обоснуйте выбор действия.

Задача. «У Коли — 6 марок, у Пети — 2 марки. На сколько марок больше у Коли, чем у Пети?» Ход дедуктивного рассуждения: «Чтобы узнать, на сколько одно число больше (меньше) другого, надо из большего вычесть меньшее. В задаче нужно узнать, на сколько марок у Коли больше, чем у Пети. Значит, надо из числа марок Коли вычесть столько, сколько марок у Пети».

Подводя учащихся к дедуктивным высказываниям, полезно иногда вводить игру в сказочные цифры [10]. Например, изучая общие правила вида « $a \times 1$; $a \div 1$; $a + 0$; $a - 0$ », можно поступить так: сначала предложить вычислить значения выражений ($5 \div 1$); (3×1); ($6 \div 6$); ($7 + 0$); ($8 - 0$) и обосновать полученные результаты.

(Дети объясняют так: $5 \div 1 = 5$, так как $5 \times 1 = 5$).

После этого предложить игру в сказочную школу, где все числа не похожи на те, которые используются в нашей математике и только числа 1 и 0 обозначаются так же.

— «Представьте, что вы в сказочной школе. Сможете ли вы то-

гда вычислить значения следующих выражений?

$$y \div 1$$

$$w \div w$$

$$z - 0$$

Введение значков побуждает учащихся использовать дедуктивные высказывания: «При делении любого числа на единицу мы получаем это же число, поэтому в ответе запишем такой же значок, какой использовали для обозначения первого числа».

Полагаем, что предложенный подход к проблеме и изложенные выше приемы развития математической речи не только расширяют словарь математических терминов, но и прививают интерес к самой науке — математике.

Нередко педагоги работу по развитию речи связывают только с изучением русского языка и литературного чтения, в то время как любая дисциплина может вносить в этот процесс свой вклад. И даже больше: если учитель будет целенаправленно заботиться об освоении учащимися понятийного аппарата изучаемой учебной дисциплины, то можно полагать, что будет выполнена задача, обозначенная в материалах стандарта общего начального образования второго поколения, и речь станет средством развития умственной деятельности и основой для формирования коммуникативных учебных действий.

Литература

1. Азимов, Э. Г. Словарь методических терминов / Э. Г. Азимов, А. И. Щукина. — СПб. : Златоуст, 2002.

2. Вавренчук, Н. А. Спецкурс «Формирование математической речи младших школьников» в системе профессиональной подготовки учителей начальных классов / Н. А. Вавренчук // Методология, теория и практика естественно-математического и педагогического образования. : сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф. (Брест, 15—17 мая 2007 г.). — Брест : Изд-во БрГУ, 2007.
3. Воронина, Л. В. Развитие математической речи младших школьников / Л. В. Воронина // Филологическое образование в период детства : материалы Всерос. науч.-практ. конф. (17—18 апр. 2015 г., Екатеринбург). — Екатеринбург, 2015.
4. Давыдов, В. В. Теория развивающего обучения / В. В. Давыдов. — М. : ИНТОР, 1996.
5. Дрозд, В. А. Методика начального обучения математике / В. А. Дрозд. — Минск : Всетка, 2007.
6. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе: от действия к мысли : пособие для учителя / под ред. А. Г. Асмолова. — М. : Просвещение, 2011.
7. Крайнопек, В. Н. Речевое развитие младших школьников / В. Н. Крайнопек // Начальная школа. — 1984. — № 3.
8. Леонтьев, А. Н. Избранные психологические произведения. В 2 т. Т. 2 / А. Н. Леонтьев. — М. : Педагогика, 1983.
9. Менчинская, Н. А. Проблемы учения и умственного развития школьника. / Н. А. Менчинская. — М. : Педагогика, 1989.
10. Микулина, Г. Г. Учимся понимать математику / Г. Г. Микулина. — М., 1995.
11. Рубинштейн, С. Л. Основы общей психологии. В 2 т. Т. 1 / С. Л. Рубинштейн. — М. : Педагогика, 1989.
12. Ручкина, В. П. Дифференцированные задания по математике для начальных классов / В. П. Ручкина ; Урал. гос. пед. ун-т. — Екатеринбург, 2002.
13. Ручкина, В. П. К вопросу о развитии математической речи учащихся начальной школы / В. П. Ручкина, Н. А. Шпортеева // Образование и детство XXI века : матер. междунар. пед. чтений. — Екатеринбург : УГППУ, 2004.
14. Фридман, Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе / Л. М. Фридман. — М. : Просвещение, 1983.
15. Эльконин, Д. Б. Избранные психологические труды / Д. Б. Эльконин. — М. : Педагогика, 1989.

References

1. Azimov, E. G. Slovar' metodicheskikh terminov / E. G. Azimov, A. I. Shchukina. — SPb. : Zlatoust, 2002.
2. Vavrenchuk, N. A. Spetskurs «Formirovanie matematicheskoy rechi mladshikh shkol'nikov» v sisteme professional'noy podgotovki uchiteley nachal'nykh klassov / N. A. Vavrenchuk // Metodologiya, teoriya i praktika estestvenno-matematicheskogo i pedagogicheskogo obrazovaniya. : sb. materialov Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. (Brest, 15—17 maya 2007 g.). — Brest : Izd-vo BrGU, 2007.
3. Voronina, L. V. Razvitie matematicheskoy rechi mladshikh shkol'nikov / L. V. Voronina // Filologicheskoe obrazovanie v period detstva : materialy Vseros. nauch.-prakt. konf. (17—18 apr. 2015 g., Ekaterinburg). — Ekaterinburg, 2015.
4. Davydov, V. V. Teoriya razvivayushchego obucheniya / V. V. Davydov. — M. : INTOR, 1996.
5. Drozd, V. A. Metodika nachal'nogo obucheniya matematike / V. A. Drozd. — Minsk : Vsetka, 2007.
6. Kak proektirovat' universal'nye uchebnye deystviya v nachal'noy shkole: ot deystviya k mysli : posobie dlya uchitelya / pod red. A. G. Asmolova. — M. : Prosveshchenie, 2011.

7. Kraynpok, V. N. Rechevoe razvitie mladshikh shkol'nikov / V. N. Kraynpok // Nachal'naya shkola. — 1984. — № 3.
8. Leont'ev, A. N. Izbrannye psikhologicheskie proizvedeniya. V 2 t. T. 2 / A. N. Leont'ev. — M. : Pedagogika, 1983.
9. Menchinskaya, N. A. Problemy ucheniya i umstvennogo razvitiya shkol'nika / N. A. Menchinskaya. — M. : Pedagogika, 1989.
10. Mikulina, G. G. Uchimsya ponimat' matematiku / G. G. Mikulina. — M., 1995.
11. Rubinshteyn, S. L. Osnovy obshchey psikhologii. V 2 t. T. 1 / S. L. Rubinshteyn. — M. : Pedagogika, 1989.
12. Ruchkina, V. P. Differentsirovannye zadaniya po matematike dlya nachal'nykh klassov / V. P. Ruchkina ; Ural. gos. ped. un-t. — Ekaterinburg, 2002.
13. Ruchkina, V. P. K voprosu o razvitií matematicheskoy rechi uchashchikhsya nachal'noy shkoly / V. P. Ruchkina, N. A. Shpor-teeva // Obrazovanie i detstvo XXI veka : mater. mezhdunar. ped. chteniy. — Ekaterinburg : UGPPU, 2004.
14. Fridman, L. M. Psikhologo-pedagogicheskie osnovy obucheniya matematike v shkole / L. M. Fridman. — M. : Prosveshchenie, 1983.
15. El'konin, D. B. Izbrannye psikhologicheskie trudy / D. B. El'konin. — M. : Pedagogika, 1989.